

КОМУНАЛЬНИЙ ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ
«ЛУЦЬКИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
ВОЛИНСЬКОЇ ОБЛАСНОЇ РАДИ

Луцький педагогічний фаховий коледж
ЦК природничо-математичних дисциплін

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

**практикум для практичних занять
та самостійної роботи**

*Навчально-методичний посібник
для студентів фахових коледжів
спеціальності «Комп'ютерні науки»*

Луцьк – 2026

*Рекомендовано до друку методичною радою
Луцького педагогічного фахового коледжу
Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний інститут»
Волинської обласної ради
(протокол № від 28.09.2026)*

Рецензенти:

Собчук О. М. – кандидатка педагогічних наук, доцентка кафедри загальної математики та методики навчання інформатики Волинського національного університету імені Лесі Українки

Констанкевич Л. Г. – викладачка-методистка циклової комісії природничо-математичних дисциплін Комунального закладу вищої освіти «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради.

Дискретна математика: практикум для практичних занять та самостійної роботи. Навчально-методичний посібник для студентів фахових коледжів спеціальності «Комп'ютерні науки» / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк: Комунальний заклад вищої освіти «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 74 с.

У посібнику подано розробки практичних занять та завдання для самостійної роботи з дисципліни «Дискретна математика», узгоджені з курсом лекцій для студентів фахових коледжів спеціальності «Комп'ютерні науки». Матеріал охоплює два змістові модулі: теорію множин і математичну логіку, а також комбінаторику, теорію графів, автомати та формальні мови. Кожне практичне заняття містить завдання трьох рівнів складності (базовий, аналітичний, творчий), IT-кейси, критерії оцінювання та блоки підготовки до екзамєну. Посібник буде корисний студентам, викладачам фахових коледжів та всім, хто вивчає основи комп'ютерних наук.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ.....	6
Змістовий модуль I. ТЕОРІЯ МНОЖИН І МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА.....	10
<i>Тема 1. Основні поняття теорії множин, способи визначення множини.....</i>	<i>10</i>
Завдання для самостійної роботи.....	10
Практичне заняття № 1.....	11
<i>Тема 2. Операції над множинами.....</i>	<i>13</i>
Завдання для самостійної роботи.....	13
Практичне заняття № 2.....	15
<i>Тема 3. Алгебра множин.....</i>	<i>17</i>
Завдання для самостійної роботи.....	17
Практичне заняття № 3.....	17
<i>Тема 4. Декартовий добуток множин. Бінарні відношення. Способи подання бінарних відношень.....</i>	<i>19</i>
Завдання для самостійної роботи.....	19
Практичне заняття № 4.....	20
<i>Тема 5. Операції над бінарними відношеннями. Властивості бінарних відношень.....</i>	<i>22</i>
Завдання для самостійної роботи.....	22
Практичне заняття № 5.....	22
<i>Тема 6. Функціональні відношення.....</i>	<i>24</i>
Завдання для самостійної роботи.....	24
Практичне заняття № 6.....	25
<i>Тема 7. Логіка висловлювань. Алгебра логіки. Основні поняття. Формули логіки висловлювань.....</i>	<i>27</i>
Завдання для самостійної роботи.....	27
Практичне заняття № 7.....	28
<i>Тема 8. Закони логіки висловлень. Рівносильні перетворення формул. Спеціальні форми подання булевих функцій.....</i>	<i>29</i>
Завдання для самостійної роботи.....	29
Практичне заняття № 8.....	30
<i>Тема 9. Числення предикатів.....</i>	<i>32</i>
Завдання для самостійної роботи.....	32
Практичне заняття № 9.....	32
<i>Підготовка до модульного контролю (Змістовий модуль I).....</i>	<i>34</i>
Завдання для самостійної роботи.....	34

Змістовий модуль II. КОМБІНАТОРИКА. ТЕОРІЯ ГРАФІВ, АВТОМАТИ ТА ФОРМАЛЬНІ МОВИ.....	37
<i>Тема 10. Основні комбінаторні конфігурації та правила підрахунку.....</i>	<i>37</i>
Завдання для самостійної роботи.....	37
Практичне заняття № 10.....	37
<i>Тема 11. Спеціальні методи комбінаторики та біноміальна теорема.....</i>	<i>39</i>
Завдання для самостійної роботи.....	39
Практичне заняття № 11.....	40
<i>Тема 12. Основні поняття теорії графів.....</i>	<i>41</i>
Завдання для самостійної роботи.....	41
Практичне заняття № 12.....	43
<i>Тема 13. Способи визначення та типи графів.....</i>	<i>45</i>
Завдання для самостійної роботи.....	45
Практичне заняття № 13.....	46
<i>Тема 14. Операції над графами. Зв'язність графа. Маршрути, шляхи, ланцюги, цикли.....</i>	<i>49</i>
Завдання для самостійної роботи.....	49
Практичне заняття № 14.....	50
<i>Тема 15. Алгоритми з графами.....</i>	<i>52</i>
Завдання для самостійної роботи.....	52
Практичне заняття № 15.....	54
<i>Тема 16. Формальні мови.....</i>	<i>57</i>
Завдання для самостійної роботи.....	57
Практичне заняття № 16.....	57
<i>Тема 17. Формальні граматики.....</i>	<i>59</i>
Завдання для самостійної роботи.....	59
Практичне заняття № 17.....	60
<i>Тема 18. Автомати та способи їх задання.....</i>	<i>62</i>
Завдання для самостійної роботи.....	62
Практичне заняття № 18.....	63
<i>Підготовка до модульного контролю (Змістовий модуль II).....</i>	<i>65</i>
Завдання для самостійної роботи.....	65
<i>Підготовка до підсумкового екзамену.....</i>	<i>68</i>
Завдання для самостійної роботи.....	68
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	71

ПЕРЕДМОВА

Сучасний етап розвитку інформаційних технологій та комп'ютерних наук вимагає від майбутніх фахівців не лише теоретичних знань, а й вміння застосовувати математичний апарат для розв'язання прикладних задач у сфері програмування, проектування інформаційних систем та алгоритмізації. Актуальність підготовки здобувачів фахової передвищої освіти спеціальності «Комп'ютерні науки» полягає в необхідності поєднати фундаментальну дискретну математику з практичною ІТ-орієнтованою діяльністю, що відповідає вимогам Стандарту фахової передвищої освіти зі спеціальності «Комп'ютерні науки» та забезпечує формування здатності вирішувати типові спеціалізовані задачі в галузі інформаційних технологій.

У закладах фахової передвищої освіти практичні заняття з дисципліни «Дискретна математика» є ключовим засобом закріплення лекційного матеріалу, розвитку алгоритмічного та логічного мислення, формування навичок формалізації та математичного моделювання. Водночас спостерігається різний рівень базової математичної підготовки студентів, що зумовлює потребу в диференційованому підході до організації навчально-пізнавальної діяльності та об'єктивного оцінювання навчальних досягнень.

Навчальний посібник «Дискретна математика: розробки практичних занять та завдання для самостійної роботи» створено як доповнення до курсу лекцій (Четверикова Т. Г., Нарихнюк Н. Ю., Корнелюк В. О., 2026 [1]) і призначено для студентів фахових коледжів спеціальності «Комп'ютерні науки». Головна мета видання – забезпечити системну підготовку до практичних занять, організувати самостійну роботу здобувачів освіти відповідно до робочої програми дисципліни та створити умови для поглибленого засвоєння матеріалу двох змістових модулів:

Змістовий модуль І. Теорія множин і математична логіка охоплює дев'ять практичних занять, присвячених операціям над множинами, бінарним і функціональним відношенням, логіці висловлювань та численню предикатів. Практичні завдання спрямовані на формування вмінь, необхідних для роботи зі структурами даних, логікою програм, запитами до баз даних та формалізацією умов у програмному коді.

Змістовий модуль ІІ. Комбінаторика. Теорія графів, автомати та формальні мови містить дев'ять практичних занять з комбінаторного підрахунку, теорії графів, формальних мов, граматик і автоматів. Матеріал має безпосереднє застосування в аналізі складності алгоритмів, мережевих технологіях, розробці компіляторів, валідації вхідних даних та побудові скінченних автоматів.

Методична особливість посібника полягає у впровадженні трирівневої системи завдань (базовий, аналітичний, творчий), узгодженої з методикою застосування різнорівневих завдань при викладанні дискретної математики

(Четверикова Т. Г., Констанкевич Л. Г., Радкевич М. М., 2026 [2]) та таксономією Блума. Кожне практичне заняття тривалістю 80 хвилин містить завдання рівнів І–ІІ (обов'язкові) та рівня ІІІ (творчі, зокрема ІТ-кейси), що моделюють професійно орієнтовані ситуації. Оцінювання здійснюється за єдиною шкалою – 3 бали (по 1 балу за кожен рівень складності).

До кожної з вісімнадцяти тем подано завдання для самостійної роботи (теоретичні питання та практичні вправи для підготовки до практичного заняття), які реалізуються під час аудиторних занять і вдома згідно з робочою програмою. На завершення кожного модуля наведено блок підготовки до екзамену (5 годин самостійної роботи) із загальним переліком теоретичних питань та типових завдань.

Упорядники сподіваються, що цей посібник стане помічником для студентів у процесі практичного опанування дискретної математики, сприятиме розвитку самостійності та мотивації до вивчення дисципліни, а викладачам допоможе в організації диференційованого та ефективного освітнього процесу.

ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

Мета посібника

Посібник містить розробки практичних занять з дисципліни «Дискретна математика», узгоджені з курсом лекцій (Четверикова Т. Г., Нарихнюк Н. Ю., Корнелюк В. О., 2026 [1]). Матеріал призначений для студентів фахового коледжу спеціальності «Комп'ютерні науки» та забезпечує закріплення теоретичних знань у прикладному ІТ-контексті. До кожної теми подано завдання для самостійної роботи, що виконуються студентами для підготовки до практичного заняття.

Самостійна робота студентів

Згідно з робочою програмою дисципліни, самостійна робота здобувачів освіти з освітнього компонента «Дискретна математика» реалізується:

- безпосередньо під час аудиторних занять, після лекції, у вільний час, для закріплення матеріалу;
- у бібліотеці, вдома – під час самостійного виконання навчальних завдань, під час підготовки до наступного практичного заняття та до іспиту.

Структура самостійної роботи:

<i>Етап навчання</i>	<i>Обсяг</i>	<i>Зміст</i>
Підготовка до практичних занять	за темами 1–18 (всього 18 год.)	Блоки «Завдання для самостійної роботи» перед кожним заняттям

Підготовка до модульного контролю	5 год.	Розділ «Підготовка до екзамену» – модуль I
Підготовка до модульного контролю	5 год.	Розділ «Підготовка до екзамену» – модуль II
Підготовка до екзамену	20 год.	Матеріал модулів I, II
Всього	48 год.	

Перед кожною розробкою практичного заняття наведено окремий блок «Завдання для самостійної роботи», який містить:

– теоретичні питання для самоперевірки (узгоджені з питаннями для самоконтролю з курсу лекцій);

– практичні завдання для письмового розв’язування в зошиті.

Рекомендований порядок підготовки до практичного заняття:

1. Ознайомитися з лекційним матеріалом відповідної теми.
2. Відповісти на теоретичні питання (усно або письмово).
3. Виконати практичні завдання для самостійної роботи.
4. Підготувати запитання до викладача на практичне заняття.

На завершення кожного змістового модуля наведено блок «Підготовка до модульного контролю» (обсяг самостійної роботи – 5 годин): узагальнені теоретичні питання та типові практичні завдання з усього модуля.

Тривалість практичного заняття – 80 хвилин

<i>Етап</i>	<i>Час</i>	<i>Зміст</i>
Організаційний момент	5 хв	Оголошення теми, мети, інструктаж
Актуалізація теорії	15-20 хв	Усне обговорення контрольних питань (рівень I)
Розбір зразкових завдань (прикладів)	10-15 хв	Демонстрація викладачем
Самостійна практична робота	35-38 хв	Завдання рівнів I та II (обов'язкові), III (додаткові)
Підсумок і оцінювання	10 хв	Перевірка результатів, здача фрагмента звіту

Трирівнева диференціація завдань

Методика побудована за трирівневою моделлю різнорівневих завдань (Четверикова Т. Г., Констанкевич Л. Г., Радкевич М. М., 2026 [2]) на основі таксономії Блума:

<i>Рівень</i>	<i>Назва</i>	<i>Когнітивна діяльність</i>	<i>Зміст завдань</i>
---------------	--------------	------------------------------	----------------------

I	Базовий, репродуктивний	Знання, розуміння	Відтворення понять, стандартні алгоритми, базові обчислення
II	Аналітичний / конструктивний	Застосування, аналіз	Застосування теорії в змінених умовах, обґрунтування, діаграми, доведення
III	Творчий, продуктивний	Синтез, оцінювання	ІТ-кейси, розробка алгоритмів, моделювання, критичний аналіз

Студент має можливість самостійно обирати рівень складності та поступово переходити до завдань вищого рівня. Базовий рівень I забезпечує формування мінімально необхідних компетентностей; рівні II та III стимулюють аналітичне мислення, самостійність та прикладну ІТ-орієнтацію.

Вимоги до звіту

Студент оформлює короткий звіт (1-2 сторінки) з поясненнями та розрахунками до ключових завдань рівнів I-II. Для завдань рівня III додається опис алгоритму, обґрунтування вибору методу та (за можливості) фрагмент програмної реалізації.

Єдині критерії оцінювання (для всіх занять)

Оцінювання за практичне заняття здійснюється за бальною шкалою (максимум 3 бали). Сума балів відображає рівень сформованості компетентності студента за темою.

Бали за рівні завдань

Максимальна оцінка за практичне заняття – 3 бали (по 1 балу за кожен рівень складності):

<i>Рівень завдань</i>	<i>Макс. бал</i>	<i>Вимоги до виконання</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії (усні відповіді); виконання базових завдань: правильність обчислень, відсутність логічних помилок, коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань

<i>Рівень завдань</i>	<i>Макс. бал</i>	<i>Вимоги до виконання</i>
III (творчий, продуктивний)	1	Моделювання професійно орієнтованих ситуацій; коректність математичної моделі; ефективність алгоритму; самостійність (ІТ-кейс)
Разом	3	

Підсумковий рівень компетентності

<i>Сума балів</i>	<i>Рівень компетентності</i>	<i>Інтерпретація</i>
3 б.	високий	засвоєно всі три рівні (I, II, III)
2 б.	достатній	виконано обов'язковий мінімум (рівні I та II)
1 б.	початковий	засвоєно лише базовий рівень (I)
0 б.	не засвоєно	мінімальні вимоги не виконано

Примітка. У 3-бальній шкалі практичного заняття рівень «середній» не виділяється окремо. При частковому виконанні рівня II викладач виставляє 1 або 2 бали залежно від якості роботи.

Додаткові якісні критерії (для оцінювання виконання рівня III; не плутати з підсумковим рівнем компетентності):

<i>Критерій</i>	<i>Високий рівень виконання</i>	<i>Середній рівень виконання</i>	<i>Низький рівень виконання</i>
Алгоритмічна ефективність	Обрано оптимальний алгоритм, наведено обґрунтування	Обрано правильний алгоритм, але не проаналізовано ефективність	Алгоритм неефективний або частково некоректний
Обґрунтування	Повне, логічне, з використанням теорії	Часткове	Відсутнє
Самостійність	Оригінальне рішення	Часткова самостійність	Відтворення зразка

Змістовий модуль I. ТЕОРІЯ МНОЖИН І МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА

Тема 1. Основні поняття теорії множин, способи визначення множини

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 1. Способи задання множин і визначення їхньої потужності

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 1.
2. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.05.2026).
3. Методи прикладної математики в транспортних технологіях. Елементи теорії множин : метод. рек. для студентів спеціальності «Транспортні технології» / уклад. І. І. Філімоніхіна. Кропивницький : ЦНТУ, 2022. 39 с. URL: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/e7e7c935-ff0b-492d-a7cc-3cd429cba0cc/content> (дата звернення: 01.05.2026).
4. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) : навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / уклад. О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/990893b6-f853-408a-8476-d3dd7c89d2a1/content> (дата звернення: 01.05.2026).

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Дайте означення множини. Перелічіть способи запису множини.
2. Як визначають потужність скінченної множини? Що розуміють під потужністю нескінченної множини?
3. Перелічіть стандартні числові множини N , Z , Q , R , C . Приведіть приклади їхніх власних підмножин.
4. Поясніть різницю між відношенням «елемент належить множині» та «множина є підмножиною іншої».
5. Чим відрізняється порожня множина $\emptyset$ від одноелементної множини $\{\emptyset\}$?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Поставте замість $*$ знак $\in$ або $\notin$ так, щоб отримати правильне твердження:
 - 1) $5 * N$;
 - 2) $0 * N$;
 - 3) $-5 * Q$;
 - 4) $-\frac{1}{2} * Z$;
 - 5) $4, 15 * Q$;
 - 6) $\pi * Q$.
2. Які з наведених тверджень правильні:
 - 1) $1 \in \{1, 2, 3\}$;
 - 2) $1 \notin \{1\}$;
 - 3) $\{1\} \in \{1, 2\}$;
 - 4) $\{1\} \in \{\{1\}\}$?

3. Запишіть множину коренів рівняння:
- 1) $x(x - 1) = 0$; 3) $x = 2$;
 - 2) $(x - 2)(x^2 - 4) = 0$; 4) $x^2 + 3 = 0$.
4. Задайте за допомогою переліку елементів множину:
- 1) правильних дробів зі знаменником 7;
 - 2) правильних дробів, знаменник яких не більший за 4;
 - 3) букв слова «математика»;
 - 4) цифр числа 5555.
5. Задайте за допомогою переліку елементів множину:
- 1) $A = \{x | x \in N, x^2 - 1 = 0\}$;
 - 2) $B = \{x | x \in Z, |x| < 3\}$;
 - 3) $C = \{x | x \in N, x \leq 15, x = 7k, k \in Z\}$;
 - 4) $D = \{x | x \in Z, x(2|x| - 1) = 0\}$;
 - 5) $K = \{x | x \in N, -3 \leq x < 2\}$.
6. Яке з тверджень є правильним:
- 1) $\{a\} \in \{a, b\}$; 3) $a \subset \{a, b\}$;
 - 2) $\{a\} \subset \{a, b\}$ 4) $\{a, b\} \in \{a, b\}$?
7. Дано множини $\{7\}, \{11\}, \{19\}, \{7, 11\}, \{7, 19\}, \{11, 19\}, \emptyset$, які є всіма власними підмножинами деякої множини А. Запишіть множину А.
8. Запишіть усі підмножини множини $\{1, 2\}$.
9. Для множини А побудувати множину всіх її підмножин, тобто булеан $P(A)$:
- а) $A = \{1, 2, 3\}$; в) $A = \{\{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$;
 - б) $A = \{\emptyset\}$; г) $A = \{\emptyset, \{1, 2\}\}$.
10. Назвіть три елементи множини:
- а) навчальних предметів, що вивчаються в початковій школі;
 - б) парних натуральних чисел;
 - в) чотирикутників.
11. З яких елементів складається множина В, якщо $A = \{1, 2, 3\}$?
- а) $B = \{y | y = x + z, x, z \in A\}$; в) $B = \{y | y = xz, x, z \in A\}$.
 - б) $B = \{y | x = y + z, x, z \in A\}$;

Практичне заняття № 1. Способи задання множин і визначення їхньої потужності

Мета заняття: ознайомитися з основними поняттями теорії множин, навчитися визначати множини різними способами, обчислювати потужність множин, розуміти основні числові множини та їх підмножини.

План заняття:

1. Основні поняття теорії множин.
2. Способи задання множин.

3. Потужність множин.
4. Основні числові множини та підмножини.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке множина? Які існують способи її задання?
2. Що таке потужність множини? Як вона визначається для скінченних та нескінченних множин?
3. Назвіть основні числові множини (N, Z, Q, R, C) та їхні підмножини.
4. У чому різниця між символами $\in$ та $\subseteq$?
5. Що таке порожня множина $\emptyset$ і чим вона відрізняється від множини $\{\emptyset\}$?

II. Загальний опис характеру практичних завдань:

Завдання охоплюють три рівні: I – способи задання множин, потужність, належність елементів до N, Z, Q, R ; II – перевірка тверджень про рівність і включення множин, побудова булеану; III – узагальнені задачі на підмножини та IT-кейс із класифікацією даних і правами доступу.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Дано $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Задайте множину описовим способом.

Розв'язання. $A = \{x \mid x \in N, x \text{ парне}, 2 \leq x \leq 10\}$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Задайте множину B парних чисел від 1 до 20 переліком і через властивість.
2. Знайдіть $|C|$, де $C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.
3. Визначте, які з чисел $-3, \frac{1}{2}, \sqrt{5}, 2$ належать множинам N, Z, Q, R .

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Які з тверджень правильні:
 - а) $\{1, 2, 3\} = \{1, 3, 2\}$;
 - б) $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$;
 - в) $\emptyset \subseteq \{1, 2, 3\}$?
2. Побудуйте булеан $P(A)$ для $A = \{1, 2, 3\}$.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Запишіть множину коренів рівняння $(x - 2)(x^2 - 4) = 0$.
2. Чи існує одноелементна множина B така, що для деякої A одночасно $A \in B$ і $A \subseteq B$? Обґрунтуйте.
3. Задайте переліком множину $A = \{x \mid x \in N, x^2 - 1 = 0\}$.
4. **(IT-кейс).** Система реєстрації користувачів зберігає ідентифікатори у вигляді множин:
 N – натуральні ID (1, 2, 3, ...);

Z – цілі ID (включно з від'ємними тестовими обліковими записами);

Q – раціональні коефіцієнти доступу.

Класифікуйте ID: $\{5, -3, 0, \frac{1}{2}, \sqrt{2}, 7\}$ за належністю до N, Z, Q, R.

Побудуйте булеан P(S) для $S = \{\text{read, write}\}$ – усі комбінації прав доступу.

Опишіть псевдокодом функцію перевірки, чи належить id множині дозволених користувачів.

Обґрунтуйте вибір типу даних (множина, словник) для зберігання прав у програмі.

Порядок виконання роботи:

1. Ознайомитися з лекцією (тема 1).
2. Відповісти на теоретичні питання.
3. Розв'язати приклад разом із викладачем.
4. Виконати завдання рівнів I та II; за можливості – рівень III.
5. Оформити звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 2. Операції над множинами

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 2. Операції над множинами на діаграмах Ейлера–Венна

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 2.

2. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.05.2026).

3. Методи прикладної математики в транспортних технологіях. Елементи теорії множин : метод. рек. для студентів спеціальності «Транспортні технології» / уклад. І. І. Філімоніхіна. Кропивницький : ЦНТУ, 2022. 39 с. URL: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/e7e7c935-ff0b-492d-a7cc-3cd429cba0cc/content> (дата звернення: 01.05.2026).

4. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) : навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / уклад. О. Л. Темнікова ; КПП ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/990893b6-f853-408a-8476-d3dd7c89d2a1/content> (дата звернення: 01.05.2026).

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Назвіть чотири базові операції над множинами. Охарактеризуйте результат кожної з них.

2. Для чого використовують діаграми Ейлера-Венна? Як на них зображають результати операцій над множинами?

3. Яку роль відіграє універсальна множина при визначенні доповнення до множини A ?

4. Порівняйте операції різниці $A \setminus B$ і $B \setminus A$: коли їхні результати збігаються, а коли – ні?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Чи вірно, що:

1) $\{1, 4, 5\} = \{5, 1, 4\}$;

2) $\emptyset = \{\emptyset\}$; $\emptyset \subset \{\emptyset\}$; $\emptyset \subset \emptyset$; $\emptyset \subseteq \emptyset$;

3) $\{\{a, b\}, \{c, d, e\}\} = \{a, b, c, d, e\}$; $\{a, c, e\} \subset \{a, \{b, c\}, d, e\}$

2. Чи вірно, що:

1) $\{1, 3\} \in \{3, 2, 4, 5, 1\}$;

2) $a = \{a\}$; $a \subseteq \{a\}$; $\emptyset \subset \{a\}$; $(\{a\} \setminus \emptyset) \subset (\{a\} \cup \emptyset)$

3. Знайти $A \Delta (\overline{B \cap C})$ за умови, що

$U = \{1, 2, \dots, 20\}$, $A = \{x - 2 \mid 5x + 1 \text{ — квадрат цілого числа}\}$,

$B = \{x \mid x^2 > 60\}$, $C = \{x \mid (3x - 1) \text{ — просте число}\}$.

4. На діаграмі Ейлера-Венна зобразити множини:

а) $\overline{A \Delta C \setminus (B \cup A)}$; б) $(\overline{A} \cap B) \cup (B \Delta C)$

5. $A = \{0, 3, 5, \{6, 9\}\}$, $B = \{2, 3, 9\}$, $C = \{0, 2, 3, 6\}$. Визначити наступні множини:

а) $B \setminus C$; б) $A \cap B$; в) $A \div C$; г) $(A \cup B) \setminus C$

6. Для кожної з наведених нижче множин використайте діаграми Ейлера-Венна і

заштрихуйте ті її частини, які зображують задані множини:

- а) $A \setminus (B \cap C)$; в) $(A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)$;
б) $(A \cap B) \div C$; г) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

Практичне заняття № 2. Операції над множинами на діаграмах Ейлера–Венна

Мета заняття: ознайомитися з операціями об'єднання, перетину, різниці, симетричної різниці та доповнення множин; навчитися зображати їх на діаграмах Ейлера-Венна.

План заняття:

1. Операції над множинами та їх властивості.
2. Діаграми Венна.
3. Обчислення виразів над множинами.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Які основні операції над множинами ви знаєте? Дайте означення.
2. Що таке діаграми Венна і як ними користуватися?
3. Як зобразити $A \cap B$, $A \setminus B$, $A \triangle B$ на діаграмі?
4. Що таке універсальна множина U і доповнення $\bar{A}$?

II. Опис практичних завдань:

Студенти обчислюють вирази над скінченними множинами та графічно зображують результати. ІТ-контекст: операції над множинами як аналог фільтрації записів у базі даних (перетин – AND, об'єднання – OR).

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Нехай $A = \{0, 3, 5, 6, 9\}$, $B = \{2, 3, 9\}$, $C = \{0, 2, 3, 6\}$.

Знайти $A \cap B$.

Розв'язання. $A \cap B = \{3, 9\}$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. $A = \{0, 3, 5, 6, 9\}$, $B = \{2, 3, 9\}$, $C = \{0, 2, 3, 6\}$.

Задайте наступні множини:

- а) $B \setminus C$; б) $A \cap B$;
в) $A \triangle C$; г) $(A \cup B) \setminus C$.

2. На діаграмі Ейлера-Венна заштрихуйте:

- а) $A \setminus (B \cap C)$;
б) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Задано універсальну множину $U = \{1, 2, \dots, 20\}$ та множини $A = \{x \mid x \text{ кратно } 3\}$ та $B = \{x \mid x > 15\}$. Знайти $A \cap B$.

2. Задано множини

$$U = \{1, 2, \dots, 30\},$$

$$A = \{x \mid x \text{ ділиться на } 4\},$$

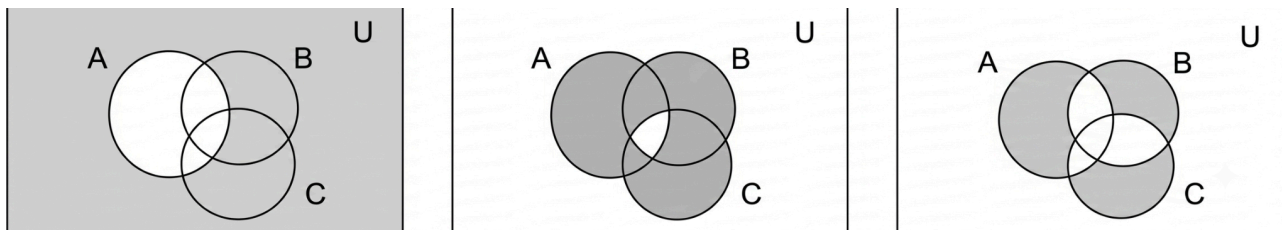
$$B = \{x \mid x \text{ ділиться на } 6\}, C = \{x \mid x > 20\}.$$

Обчислити $(A \cup B) \setminus C$ та зобразити результат на діаграмі Ейлера–Венна.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Знайти $A \triangle B \cap C$ за умови $U = \{1, \dots, 20\}$, $A = \{x \mid 5x + 1 - \text{квадрат цілого}\}$, $B = \{x \mid x^2 > 60\}$, $C = \{x \mid 3x - 1 - \text{просте}\}$.

2. Опишіть множину, що відповідає зафарбованій на діаграмі області:



3. (IT-кейс). Модуль фільтрації даних інформаційної системи коледжу. Дано $U = \{5, 6, \dots, 30\}$; A – студенти, що пройшли реєстрацію; $B = \{2x - 7 \mid x - \text{непарне}\}$ – студенти з заборгованістю; $C = \{x \mid x^2 + 1 - \text{просте}\}$ – претенденти на стипендію.

Знайти $D = B \triangle (A \cup C)$ аналітичним шляхом.

Пояснити, яку категорію студентів описує множина D .

Описати псевдокодом алгоритм обчислення D .

Обґрунтувати вибір структур даних (множина, список, hash-set) для програмної реалізації.

Порядок виконання роботи: лекція $\rightarrow$ актуалізація $\rightarrow$ приклад $\rightarrow$ рівень I $\rightarrow$ рівень II $\rightarrow$ рівень III $\rightarrow$ звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 3. Алгебра множин

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 3. Застосування законів алгебри множин і доведення рівностей

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 3.
2. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.05.2026).
3. Методи прикладної математики в транспортних технологіях. Елементи теорії множин : метод. рек. для студентів спеціальності «Транспортні технології» / уклад. І. І. Філімоніхіна. Кропивницький : ЦНТУ, 2022. 39 с. URL: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/e7e7c935-ff0b-492d-a7cc-3cd429cba0cc/content> (дата звернення: 01.05.2026).
4. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) : навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / уклад. О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/990893b6-f853-408a-8476-d3dd7c89d2a1/content> (дата звернення: 01.05.2026).

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Чим відрізняється симетрична різниця $A \triangle B$ від звичайної різниці $A \setminus B$?
2. Запишіть дві тотожності де Моргана для доповнень при перетині та об'єднанні.
3. Яка множина не змінює результат при операції $\cup$? А при операції $\cap$?
4. Перелічіть алгебраїчні властивості операцій над множинами (назвіть відповідні закони).

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Спростити: $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup B \cup C$.
2. Спростити: $(A \cap B \cap C \cap D) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (C \cap D)$.
3. Спростити: $A \cap B \cup B$.
4. Спростити: $A \cup B \cup C \cap (A \cap (B \cup C)) \cap B$.
5. Доведіть тотожність $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ за допомогою законів алгебри множин.

Практичне заняття № 3. Застосування законів алгебри множин і доведення рівностей

Мета заняття: засвоїти закони алгебри множин; навчитися спрощувати вирази та доводити рівності множин.

План заняття:

1. Основні закони алгебри множин.
2. Доведення рівності множин.
3. Спрощення виразів.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. У чому полягає відмінність між операціями різниці та симетричної різниці множин?
2. Сформулюйте закони де Моргана та поясніть їхнє значення для мінімізації логічних схем.
3. Яка множина є нейтральним елементом для операції об'єднання; для операції перерізу?
4. Основні закони алгебри множин, їх використання для розв'язування задач.
5. Спрощення формул з використанням основних законів алгебри множин.
6. Наведіть приклад застосування законів алгебри множин у логіці програм.

II. Опис практичних завдань: спрощення виразів з використанням законів комутативності, дистрибутивності, де Моргана, поглинання.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Спростити $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$.

Розв'язання. $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) = A \cap (B \cup \bar{B}) = A \cap U = A$ (закон дистрибутивності та доповнення).

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

Спростити:

1. $(A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap \bar{C}) \cup B \cup C$
2. $A \cap B \cup \bar{B}$

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Спростити: $A \cup B \cup C \cap (A \cap (B \cup C)) \cap B$
2. Доведіть тотожність $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$, застосовуючи закони алгебри множин (без таблиці відповідності).

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Доведіть рівність $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

2. Спростіть $(A \cap B \cap C \cap D) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (C \cap D)$.

3. **(ІТ-кейс).** Оптимізація SQL-запиту з фільтрами. Система пошуку книг у бібліотеці використовує умови: А – книги з програмування; В – книги 2020-2025 рр.; С – книги в наявності.

Спростіть логічний вираз фільтра: $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{C}) \cup B$ за законами алгебри множин.

Перепишіть результат у вигляді SQL-умови WHERE (AND/OR/NOT).

Поясніть, як закони де Моргана допомагають спростити складний запит.

Оцініть, чи зменшиться час виконання запиту після спрощення.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 4. Декартовий добуток множин. Бінарні відношення. Способи подання бінарних відношень

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 4. Побудова декартового добутку і задання бінарних відношень

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 4.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

4. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.05.2026).

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Як утворюють декартів добуток двох скінченних множин?
Обчисліть $|A \times B|$, якщо $|A| = m$, $|B| = n$.
2. Перелічіть форми запису бінарного відношення на множині A .
3. Як за таблицею відношення R побудувати матрицю суміжності?
4. Порівняйте переваги графового та табличного (матричного) зображення відношення.

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{-1, 0, 2\}$. Знайти $(A \setminus B) \times (C \setminus B)$.
2. $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 4\}$, $C = \{2, 7\}$. Записати множину $(A \times B) \setminus (C \times B)$.
3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Задати списком і матрицею відношення $R \subseteq A \times A$: «сума $a + b$ – просте число».
4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Задати списком і матрицею відношення $R = \{(a, b) \mid a, b \in A, b - \text{дільник}(a + b), b \neq 1\}$.
5. Наведіть приклади пар для відношення «бути старшим» на множині членів вашої родини.

Практичне заняття № 4. Побудова декартового добутку і задання бінарних відношень

Мета заняття: формувати вміння знаходити декартовий добуток множин; задавати бінарні відношення списком, матрицею та графом.

План заняття:

1. Декартовий добуток множин.
2. Поняття бінарного відношення.
3. Способи задання бінарних відношень.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке декартовий добуток $A \times B$?
2. Які способи задання бінарного відношення ви знаєте?
3. Як побудувати матрицю відношення «бути строго більше» на $A = \{1, \dots, 10\}$?

4. Наведіть приклад бінарного відношення в базі даних (зв'язок «студент – група»).

II. Опис практичних завдань: обчислення декартових добутків, запис відношень списком і матрицею. I – декартів добуток і потужність; II – відношення списком і матрицею; III – комбіновані задачі та IT-кейс.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$. Знайти $A \times B$.

Розв'язання. $A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4)\}$.

Відношення $R \ll x > y \gg$ на A : $R = \{(3,2), (3,1), (2,1)\}$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b, c\}$. Знайти $A \times B$ та обчислити $|A \times B|$.

2. $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{-1, 0, 2\}$. Знайти $(A \setminus B) \times (C \setminus B)$.

3. На $A = \{1, 2, 3\}$ задати списком відношення $R \ll x < y \gg$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. $A = \{1, \dots, 10\}$. Задати списком і матрицею R : «сума – парне число».

2. $A = \{1, \dots, 10\}$. Задати R : «сума – просте число».

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 4\}$, $C = \{2, 7\}$. Записати $(A \times B) \setminus (C \times B)$.

2. $A = \{1, \dots, 10\}$. Відношення «сума — непарне». Список і матриця.

3. (IT-кейс). Модель прав доступу в інформаційній системі. Множина користувачів $U = \{u_1, \dots, u_5\}$, ресурсів $R = \{file, db, api\}$. Відношення «користувач має доступ до ресурсу» задано матрицею 5×3 .

Побудуйте матрицю суміжності відношення доступу.

Знайдіть $A \times R$ – усі пари (користувач, ресурс) для повного перебору.

Опишіть псевдокод перевірки доступу $user \rightarrow resource$.

Порівняйте ефективність зберігання матриці та списку дозволених пар.

Порядок виконання роботи: лекція $\rightarrow$ актуалізація $\rightarrow$ приклад $\rightarrow$ рівень I $\rightarrow$ рівень II $\rightarrow$ рівень III $\rightarrow$ звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань

ІІІ (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 5. Операції над бінарними відношеннями. Властивості бінарних відношень

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 5. Операції над відношеннями та перевірка їхніх властивостей

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 5.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Як отримати об'єднання та перетин двох бінарних відношень, заданих списками пар?
2. Охарактеризуйте операції побудови оберненого відношення та композиції двох відношень.
3. Що означає, що відношення R рефлексивне, симетричне або антисиметричне на множині A ?
4. Яке твердження виражає транзитивність бінарного відношення?
5. Як за виглядом матриці суміжності судити про рефлексивність, симетричність, транзитивність?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. На $A = \{1, 2, 3, 4\}$ задано $R = \{(1,2), (2,3), (3,4)\}$. Знайти R^{-1} та $R \circ R$.
2. Визначити властивості відношення «ділить» на множині $\{2, 4, 6, 8, 12\}$.
3. Побудувати матрицю суміжності для відношення R на $\{a, b, c\}$, якщо R – «бути не більшим» ($a \leq b \leq c$).
4. Чи є відношення $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3)\}$ транзитивним? Обґрунтуйте.
5. Знайти $R \cup R^{-1}$ та визначити його властивості для R з п. 1.

Практичне заняття № 5. Операції над відношеннями та перевірка їхніх властивостей

Мета заняття: формувати вміння виконувати операції над відношеннями; визначати властивості (рефлексивність, симетричність, транзитивність тощо).

План заняття:

1. Операції над бінарними відношеннями.
2. Властивості бінарних відношень.
3. Аналіз відношень за матрицею та графом.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Як визначаються $R \cup S$ та $R \cap S$?
2. Що таке обернене відношення R^{-1} та композиція $R \circ S$?
3. Дайте означення рефлексивності, симетричності, транзитивності.
4. Як властивості відношення відображаються на матриці суміжності?

II. Опис практичних завдань: аналіз відношень, заданих матрицями; виконання операцій; перевірка властивостей. I – обернене відношення, базові властивості; II – операції $\cup$, $\cap$, $^{-1}$, $\circ$; III – узагальнення та IT-кейс.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. На $A = \{a, b, c\}$ задано $R = \{(a,a), (b,b), (c,c), (a,b), (b,a)\}$. Чи є R симетричним?

Розв'язання. Так: для кожної пари $(a,b) \in R$ є $(b,a) \in R$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. $A = \{1, 2, 3\}$, $R = \{(1, 2), (2, 3)\}$. Знайти R^{-1} .
2. $A = \{1, 2, 3\}$, $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2)\}$. Визначити, чи є R рефлексивним і антисиметричним.

3. На множині $A = \{1, 2, 3\}$ задані відношення:

$$R_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3)\}$$

$$R_2 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,1)\}$$

Визначте властивості R_1 та R_2 (рефлексивність, симетричність, транзитивність).

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Знайдіть $R_1 \cup R_2$, $R_1 \cap R_2$, R_1^{-1} .

2. Обчисліть $R_1 \circ R_2$.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. На $A = \{a, b, c, d\}$ відношення « x – сестра y ». Які властивості має це відношення?

2. Побудуйте граф відношення $R = \{(1,2), (2,3), (3,1), (1,1)\}$ і визначте його властивості.

3. **(ІТ-кейс).** Аналіз соціальної мережі коледжу. На множині користувачів задано відношення R «підписаний на оновлення».

Визначте, чи є R рефлексивним, симетричним, транзитивним.

Обчисліть $R \circ R$ – «підписаний через одного посередника».

Побудуйте граф відношення для 5–6 вершин.

Запропонуйте алгоритм рекомендації «друзів друзів» на основі композиції відношень.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 6. Функціональні відношення

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 6. Визначення виду відображення і композиція функцій

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 6.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. За якою ознакою бінарне відношення $f \subseteq A \times B$ є функцією з A у B ?
2. Які обмеження накладаються на відношення, щоб воно вважалось функцією, на відміну від довільного бінарного відношення?
3. Розкрийте зміст понять «ін'єктивна», «сюр'єктивна» та «бієктивна» функція.
4. Як визначають область визначення $D(f)$ та область значень $E(f)$ для функції $f: A \rightarrow B$?
5. Які властивості одночасно має бієктивне відображення?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. На $A = \{1, 2, 3, 4\}$ визначте, які з відношень є функціями:
а) $\{(1,2), (2,3), (3,2)\}$;
б) $\{(1,1), (1,2), (2,3)\}$;
в) $\{(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)\}$.
2. $f: \{1,2,3\} \rightarrow \{a, b, c\}$, $f(1)=a$, $f(2)=b$, $f(3)=c$. Чи є f ін'єкцією? Сюр'єкцією? Бієкцією?
3. Визначити тип відображення $f(x) = 2x + 1$ з $\{1,2,3,4\}$ у $\{3,5,7,9,11\}$.
4. Побудувати приклад бієкції між $A = \{1, 2, 3\}$ та $B = \{x, y, z\}$.
5. Чи може функція бути одночасно не ін'єктивною і не сюр'єктивною? Наведіть приклад.

Практичне заняття № 6. Визначення виду відображення і композиція функцій

Мета заняття: розрізняти функціональні відношення; визначати ін'єкцію, сюр'єкцію, бієкцію; знаходити композицію функцій.

План заняття:

1. Функціональні відношення. Основні означення.
2. Види функцій.
3. Композиція функцій.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Сформулюйте означення функціонального відношення.
2. У чому різниця між бінарним відношенням і функцією?
3. Що таке ін'єкція, сюр'єкція, бієкція?

4. Як знайти $f \circ g$?

II. Опис практичних завдань: перевірка, чи є відношення функцією; визначення типу відображення; композиція. I – ознака функції, ін'єкція/сюр'єкція, $D(f)/E(f)$; II – композиція та типи відображень; III – узагальнення та IT-кейс.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Чи є функцією $R = \{(1,3), (2,7), (4,9), (2,13)\}$?

Розв'язання. Ні, бо елемент 2 має два образи: 7 і 13.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Які з відношень є функціями:

а) $\{(4,2), (5,3), (1,11), (7,2)\}$;

б) $\{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}\}$?

2. $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x$. Чи є f ін'єкцією? сюр'єкцією?

3. $f = \{(1, a), (2, b), (3, c)\}$, де $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d\}$.

Знайти $D(f)$ та $E(f)$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. $f(x) = x + 1$, $g(x) = x^2$. Знайти $(f \circ g)(2)$ та $(g \circ f)(2)$.

2. $f: \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $f(x) = 2x$;

$g: \{2, 4, 6, 8, 10\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $g(y) = y/2$.

Визначити типи відображень f , g , $f \circ g$ та $g \circ f$. Чи є g оберненою до f ?

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. На $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ визначте, які з відношень функціональні:

а) (a,b) якщо $a = b^3$;

б) (a,b) якщо $b = a^2$.

2. Для $f(x) = 1/(x^2 - 9)$ знайти область визначення.

3. **(IT-кейс).** Хешування та відображення ключів. Функція $h: \{0, \dots, 255\} \rightarrow \{0, \dots, 15\}$, $h(x) = x \bmod 16$.

Чи є h ін'єкцією? сюр'єкцією? бієкцією? Обґрунтуйте.

Поясніть причину колізій при хешуванні.

Опишіть псевдокод функції пошуку в хеш-таблиці з ланцюжковим зчепленням.

Порівняйте бієктивне кодування (Base64) із хеш-функцією за призначенням.

Порядок виконання роботи: лекція $\rightarrow$ актуалізація $\rightarrow$ приклад $\rightarrow$ рівень I $\rightarrow$ рівень II $\rightarrow$ рівень III $\rightarrow$ звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 7. Логіка висловлювань. Алгебра логіки. Основні поняття. Формули логіки висловлювань

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 7. Побудова формул логіки висловлювань і таблиць істинності

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 7.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Які речення називаються висловлюваннями, а які – ні? Наведіть по два приклади.
2. Які два значення істинності присвоюють висловлюванню?
3. Перелічіть елементарні логічні зв'язки та їхні позначення.
4. У якій послідовності обчислюють значення складної формули без дужок?
5. Опишіть алгоритм складання таблиці істинності для формули з двох змінних.

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Визначити, які речення є висловлюваннями:
 - а) « $2 + 2 = 4$ »;
 - б) «Скільки годин?»;
 - в) « $x + 1 = 5$ »;
 - г) «Закрийте вікно!»
2. Побудувати таблицю істинності для формули $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \vee q)$.
3. Знайти значення істинності формули $\neg(p \wedge q)$ при $p = 1, q = 0$.
4. Записати формулу: «Якщо число парне, то воно ділиться на 2» (p – «число парне», q – «ділиться на 2»).
5. Скільки рядків має таблиця істинності для формули з трьома змінними?

Практичне заняття № 7. Побудова формул логіки висловлювань і таблиць істинності

Мета заняття: формувати вміння записувати формули логіки висловлювань; будувати таблиці істинності; обчислювати значення формул.

План заняття:

1. Основні поняття логіки висловлювань.
2. Логічні операції.
3. Формули та таблиці істинності.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке висловлювання? Наведіть приклади і не-приклади.
2. Які логічні операції ви знаєте?
3. Який пріоритет операцій: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$?
4. Для чого потрібні таблиці істинності в програмуванні?

II. Опис практичних завдань: формалізація природних висловлювань; побудова таблиць істинності; обчислення значень формул. I – запис формули, таблиця істинності, обчислення значення; II – складніші формули; III – узагальнення та IT-кейс.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Записати формулу: «Якщо Іван пропустить лекцію або не повторить матеріал, то він погано напише модуль».

Розв'язання. А – пропустить лекцію; В – повторить матеріал; С – напише погано.

Формула: $(A \vee \neg B) \Rightarrow C$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Записати формулу: «Петро спізнився на пару, тому що проспав і не встиг на автобус».

2. Побудувати таблицю істинності для $\varphi = A \wedge B \Rightarrow C$.

3. Обчислити значення формули $A \vee \neg B$ при $A = 1$ (істина), $B = 0$ (хиба).

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Обчислити $\varphi(1, 0, 1)$ для $\varphi = A \wedge B \Leftrightarrow C \Rightarrow B \vee A$.

2. Які з речень є висловлюваннями: « $2 + 2 = 4$ »; «Котра година?»; « $x > 5$ ».

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Побудувати таблицю істинності для $\varphi = A \wedge B \Rightarrow (C \Leftrightarrow B \wedge A)$.

2. Розв'язати логічне рівняння $P \wedge \bar{Q} \vee R = 0$ (знайти хоча б одну інтерпретацію).

3. (ІТ-кейс). Система контролю доступу. Логіка авторизації:

L – користувач увійшов у систему; P – пароль правильний; R – роль admin.

Доступ дозволено, якщо $(L \wedge P) \vee R$.

Побудуйте таблицю істинності для формули доступу.

Запишіть еквівалентну формулу в Python: ``access = (logged_in and password_ok) or is_admin``.

Проаналізуйте, чи формула безпечна (чи можна отримати доступ без пароля).

Порядок виконання роботи: лекція $\rightarrow$ актуалізація $\rightarrow$ приклад $\rightarrow$ рівень I $\rightarrow$ рівень II $\rightarrow$ рівень III $\rightarrow$ звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 8. Закони логіки висловлень. Рівносілні перетворення формул. Спеціальні форми подання булевих функцій

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 8. Спрощення формул і зведення до ДНФ та КНФ

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 8.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Коли два логічні вирази вважають рівносілними?
2. За якої умови формула В впливає з формули А ($A \models B$)?
3. Запишіть закони де Моргана для заперечення кон'юнкції та диз'юнкції.
4. У чому полягає різниця між диз'юнктивною та кон'юнктивною нормальною формою?
5. Як закони дистрибутивності допомагають спрощувати булеві вирази?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Спростити за законами логіки: $\neg(A \wedge B) \vee C$.
2. Спростити: $(A + \bar{B}) \cdot (A + B)$ (використати позначення алгебри логіки).
3. Довести рівносілність $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$ за допомогою таблиці істинності.
4. Побудувати ДНФ для функції, заданої таблицею:
 $f(0,0)=1, f(0,1)=0, f(1,0)=1, f(1,1)=1$.
5. Спростити вираз $F(A, B, C) = \bar{A} \cdot \bar{B} + C$ за законом де Моргана.

Практичне заняття № 8. Спрощення формул і зведення до ДНФ та КНФ

Мета заняття: формувати вміння застосовувати закони булевої алгебри для спрощення формул; перетворювати вирази до ДНФ та КНФ.

План заняття:

1. Рівносілні перетворення формул.
2. Закони булевої алгебри.
3. ДНФ та КНФ.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Навіщо виконують рівносильні перетворення?
2. Сформулюйте закони де Моргана.
3. Що таке ДНФ і КНФ?
4. Як закони булевої алгебри пов'язані з логічними операторами в мовах програмування?

II. Опис практичних завдань: спрощення виразів, застосування де Моргана, мінімізація функцій.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Спростити $F(A,B) = A \cdot (B + \bar{B}) + \bar{A} \cdot B$.

Розв'язання. $A \cdot 1 + \bar{A} \cdot B = A + \bar{A} \cdot B = A + B$ (закон поглинання).

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Спростити: $A + AB + ABC$.
2. Застосувати де Моргана: $\overline{A \cdot B + C}$.
3. Спростити: $A \cdot (B + C)$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Спростити: $(A + \bar{B}) \cdot (A + B) \cdot C$.
2. Довести рівносильність $A \cdot (B + \bar{C})$ і $AB + A\bar{C}$ (таблицею істинності або перетвореннями).

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Мінімізувати $F(A,B,C) = \bar{A}B + A\bar{B}C + \bar{B}C$.
2. Перетворити до КНФ: $A \vee (B \cdot C)$.
3. **(IT-кейс).** Мінімізація логічної схеми валідації пароля. Умови: A – довжина ≥ 8 ; B – є цифра; C – є спецсимвол.

Пароль валідний, якщо $F = A \wedge (B \vee C)$.

Спростіть F за законами булевої алгебри.

Побудуйте ДНФ та КНФ для F .

Намалюйте схему логічних вентилів (AND/OR/NOT).

Опишіть функцію `validate_password(s)` на Python з використанням булевих виразів.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
--------	-----	----------

I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 9. Числення предикатів

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 9. Формалізація висловлювань предикатами і кванторами

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 9.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Яке відношення між предикатом $P(x)$ та висловлюванням $P(a)$?
2. Поясніть дію універсального ($\forall$) та екзистенційного ($\exists$) кванторів.
3. Коли змінну x у формулі називають вільною, а коли – зв'язаною?
4. Як перетворити формули $\neg \forall x P(x)$ та $\neg \exists x P(x)$ за правилами де Моргана?
5. Чи можна застосовувати звичайні логічні операції до предикатів? Як це зробити коректно?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Записати предикат: « x – парне натуральне число».

2. Записати формулу числення предикатів: «Для кожного натурального x існує y такий, що $y > x$ ».
3. Знайти заперечення: $\forall x P(x)$ (приклад: «Кожен студент здав іспит»).
4. Визначити вільні та зв'язані змінні у формулі $\exists x (P(x) \wedge Q(x, y))$.
5. Формалізувати: «Існує студент, який вивчає дискретну математику та програмування».

Практичне заняття № 9. Формалізація висловлювань предикатами і кванторами

Мета заняття: формалізовувати висловлювання за допомогою предикатів і кванторів; застосовувати закони логіки предикатів.

План заняття:

1. Основні поняття логіки предикатів.
2. Квантори $\forall$ та $\exists$.
3. Формалізація природних висловлювань.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке предикат?
2. Що означають квантори $\forall$ та $\exists$?
3. Що таке вільні та зв'язані змінні?
4. Сформулюйте закони заперечення кванторів.

II. Опис практичних завдань: формалізація речень у мову предикатів; визначення істинності формул на скінченних областях.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Формалізувати: «Кожен студент групи любить математику».

Розв'язання. $S(x)$ – x студент групи; $L(x)$ – x любить математику.

Формула: $\forall x (S(x) \Rightarrow L(x))$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

Формалізувати наступні природні мовні висловлювання за допомогою числення предикатів, використовуючи відповідні квантори та логічні оператори:

1. Усі автомобілі мають двигуни.
2. Існує студент, який вивчає математику і фізику.
3. Деякі птахи не вміють літати.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

Подати наведені нижче речення у вигляді формул логіки першого ступеня:

1. Ніхто не може володіти двома автомобілями одночасно.
2. Деякі числа є простими і парними.
3. Кожен студент групи любить математику.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Заперечте формулу $\forall x \exists y P(x, y)$ та спростіть за законами де Моргана.
2. На області $\{1, 2, 3\}$ задано $P(x)$: « x парне». Визначити істинність $\forall x P(x)$ та $\exists x P(x)$.

3. **(IT-кейс).** Формалізація запитів до бази даних. Предикати: $S(x)$ – x студент; $P(x)$ – x здав ДМ; $Q(x, y)$ – x вивчає дисципліну y .

Запишіть у мові предикатів: «Усі студенти здали дискретну математику».

Запишіть: «Існує студент, який вивчає і ДМ, і програмування».

Переведіть формули у псевдо-SQL (SELECT ... WHERE ...).

Заперечте $\forall x (S(x) \Rightarrow P(x))$ та інтерпретуйте результат природною мовою.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Підготовка до модульного контролю (Змістовий модуль I)

Завдання для самостійної роботи

Мета: узагальнення матеріалу змістового модуля I та підготовка до модульного (підсумкового) контролю.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 1-9.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

4. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.05.2026).

5. Методи прикладної математики в транспортних технологіях. Елементи теорії множин : метод. рек. для студентів спеціальності «Транспортні технології» / уклад. І. І. Філімоніхіна. Кропивницький : ЦНТУ, 2022. 39 с. URL: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/e7e7c935-ff0b-492d-a7cc-3cd429cba0cc/content> (дата звернення: 01.05.2026).

6. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) : навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / уклад. О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/990893b6-f853-408a-8476-d3dd7c89d2a1/content> (дата звернення: 01.05.2026).

Рекомендований розподіл часу:

Етап	Час	Зміст
Повторення теорії	2 год	Відповіді на теоретичні питання (усно або письмово)
Розв'язування задач	2,5 год	Типові практичні завдання
Самоперевірка	0,5 год	Аналіз помилок, повторення складних місць

І. Теоретичні питання (загальний перелік)

Тема 1. Основні поняття теорії множин

1. Що таке множина? Способи задання множини.
2. Потужність скінченної та нескінченної множини.
3. Основні числові множини N , Z , Q , R , C та їхні включення.
4. Різниця між $\in$ та $\subseteq$. Порожня множина $\emptyset$ та $\{\emptyset\}$.
5. Булеан множини. Підмножина та власна підмножина.

Тема 2. Операції над множинами

6. Означення операцій $\cup$, $\cap$, $\setminus$, Δ , доповнення.
7. Діаграми Ейлера–Венна. Універсальна множина.
8. Пріоритет операцій над множинами.

Тема 3. Алгебра множин

9. Основні закони алгебри множин (комутативність, асоціативність, дистрибутивність).

10. Закони де Моргана для множин.
11. Нейтральні елементи для $\cup$ та $\cap$. Спрощення виразів.

Тема 4. Декартовий добуток. Бінарні відношення

12. Декартовий добуток $A \times B$. Впорядкована пара.

13. Поняття бінарного відношення. Способи задання (список, матриця, граф).

14. Матриця суміжності відношення.

Тема 5. Операції над відношеннями

15. Об'єднання, перетин, доповнення, обернене R^{-1} , композиція $R \circ S$.

16. Властивості: рефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність.

17. Відображення властивостей на матриці суміжності.

Тема 6. Функціональні відношення

18. Означення функції як відношення. Область визначення та область значень.

19. Ін'єкція, сюр'єкція, бієкція. Композиція функцій.

Тема 7. Логіка висловлювань

20. Висловлювання та його значення істинності.

21. Логічні операції: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.

22. Таблиця істинності. Пріоритет логічних операцій.

Тема 8. Закони логіки висловлень

23. Рівносильні перетворення формул.

24. Логічне слідування. Закони де Моргана.

25. ДНФ та КНФ. Спрощення булевих функцій.

Тема 9. Числення предикатів

26. Предикат. Квантори $\forall$ та $\exists$.

27. Вільні та зв'язані змінні.

28. Закони заперечення кванторів. Формалізація висловлювань.

II. Типові завдання для розв'язування

1. Поставити $\in$ або $\notin$: $7 \in \mathbb{N}$; $-2 \in \mathbb{Z}$; $3/4 \in \mathbb{Q}$; $\pi \in \mathbb{R}$.

2. Записати переліком множину $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 - 4 = 0\}$.

3. Знайти $|P(A)|$ для $A = \{a, b, c\}$.

4. Дано $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{1, 3, 5\}$. Обчислити: $A \cap B$; $A \cup C$; $A \setminus B$; $A \triangle C$.

5. Заштрихувати на діаграмі Венна вираз $(A \cup B) \setminus C$.

6. Спростити: $(A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$.

7. Довести тотожність $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

8. $A = \{1, 2\}$, $B = \{x, y\}$. Записати $A \times B$.

9. На $A = \{1, 2, 3, 4\}$ задати списком і матрицею відношення « $a + b$ — парне».

10. Для $R = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$ знайти R^{-1} та $R \circ R$.

11. Визначити властивості відношення «ділить» на $\{2, 4, 6, 8, 12\}$.

12. Чи є $f: \{1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$, $f(1)=a$, $f(2)=b$, $f(3)=c$ бієкцією?

13. Записати формулу: «Якщо йде дощ, то буде мокро».
14. Побудувати таблицю істинності для $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \vee q)$.
15. Спростити: $\neg(A \wedge B) \vee C$.
16. Довести рівносильність $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$.
17. Формалізувати: «Кожен студент здав іспит з дискретної математики».
18. Заперечити: $\forall x (S(x) \Rightarrow P(x))$.
19. (ІТ-кейс). Описати множинами права доступу read/write/admin у системі користувачів.
20. (ІТ-кейс). Записати булеву формулу авторизації: $(\text{login} \wedge \text{password}) \vee \text{admin}$.

Змістовий модуль II. КОМБІНАТОРИКА. ТЕОРІЯ ГРАФІВ, АВТОМАТИ ТА ФОРМАЛЬНІ МОВИ

Тема 10. Основні комбінаторні конфігурації та правила підрахунку

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 10. Вибір комбінаторної схеми та підрахунок конфігурацій

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 10.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Сформулюйте принцип додавання та принцип множення в комбінаториці. Приведіть приклад кожного.
2. У яких випадках рахують розміщення A_n^k , а в яких — комбінації C_n^k ?
3. Як визначають $n!$ і чому за домовленістю $0!$ дорівнює 1?
4. Скількома способами можна впорядкувати n різних об'єктів?
5. Як підрахувати кількість k -розрядних послідовностей з n символів, якщо повторення допустимі?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Скільки різних двозначних чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4 без повторень?
2. Скільки способів обрати старосту, профорга та секретаря з 20 студентів?
3. Обчислити: а) $C(10, 3)$; б) $A(8, 2)$; в) $P(5)$.
4. Скільки різних «слов» довжини 3 можна скласти з букв {А, Б, В} з повтореннями?
5. У класі 25 учнів. Скільки способів обрати двох представників на олімпіаду?

Практичне заняття № 10. Вибір комбінаторної схеми та підрахунок конфігурацій

Мета заняття: засвоїти правила суми та добутку; обчислювати перестановки, розміщення та комбінації (з повтореннями і без); обирати комбінаторну схему для прикладних задач.

План заняття:

1. Правила суми та добутку.
2. Перестановки, розміщення, комбінації без повторень.
3. Сполуки з повтореннями.
4. Універсальний алгоритм вибору схеми.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Сформулюйте правило суми та правило добутку. Наведіть IT-приклад.
2. Чим відрізняються розміщення від комбінацій?
3. Що таке $n!$ і чому $0! = 1$?
4. Яку схему використати для підрахунку PIN-кодів із 4 цифр (0–9)?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: підрахунок кількості варіантів у задачах на вибір, розсадження, формування кодів.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Скількома способами можна обрати старосту та заступника з 15 студентів?

Розв'язання. Порядок важливий $\rightarrow$ розміщення: $A_{15}^2 = 15 \cdot 14 = 210$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. На полиці 5 підручників з програмування та 4 з баз даних. Скількома способами можна: а) обрати один підручник; б) обрати один підручник з програмування і один з баз даних, якщо порядок вибору неістотний; в) утворити впорядковану пару «спочатку підручник з програмування, потім з баз даних»; г) обрати два різні підручники з програмування, якщо порядок неістотний? Для кожного пункту назвіть правило або схему.

2. Скількома способами розсадити 5 студентів на 5 місць у ряд? Скільки способів залишиться, якщо двоє визначених студентів мають сидіти поруч (порядок усередині пари може бути будь-яким)? Скільки способів, якщо ці двоє не сидять поруч? Запишіть формулу для кожної відповіді.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. У групі 15 студентів: 9 хлопців і 6 дівчат. Скількома способами обрати делегацію з 3 осіб, якщо порядок неістотний і: а) обмежень немає; б) у делегації рівно одна дівчина; в) у делегації принаймні одна дівчина? Для кожного пункту обґрунтуйте вибір схеми.

2. Скільки 4-значних PIN-кодів можна утворити з цифр 0–9, якщо: а) повторення цифр дозволені і код може починатися з нуля; б) усі цифри різні, а перша цифра не нуль; в) повторення дозволені, але не всі чотири цифри різні?

Порівняйте три результати і зазначте, яка умова найсильніше зменшує кількість кодів.

3. Скільки різних «слів» утворюється перестановкою літер слова «БАНАН»? Скільки з них починаються на «Б»? Скільки мають обидві літери «А» поруч? Кожну відповідь обґрунтуйте.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. В автоматі 3 види тістечок. Скількома способами купити 5 тістечок, якщо порядок неважливий і: а) тістечок будь-якого виду може не бути; б) кожного виду має бути принаймні одне; в) тістечок одного виду не більше ніж 3? Для кожного пункту запишіть комбінаторну схему.

2. У групі 20 студентів, з них 8 уже склали модуль. Скількома способами обрати старосту, профорга та секретаря (різні особи), якщо: а) обмежень немає; б) старостою може бути лише студент, який склав модуль; в) два визначені студенти не можуть одночасно входити до трійки? Обґрунтуйте, чому тут застосовують розміщення, а не комбінації.

3. (ІТ-кейс). Генератор одноразових паролів (ОТР). Алфавіт: цифри 0–9, довжина коду – 6, повторення дозволені.

Скільки різних ОТР можна згенерувати? (правило добутку)

Скільки кодів починаються на 0? (розміщення з повтореннями)

Оцініть час перебору при 1000 спроб/с (груба оцінка).

Опишіть псевдокод генератора ОТР та обґрунтуйте вибір комбінаторної схеми.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 11. Спеціальні методи комбінаторики та біноміальна теорема

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 11. Застосування бінома Ньютона, принципу включень-виключень і принципу Діріхле.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 11.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Як розкладають біном $(a - b)^n$ за формулою Ньютона?
2. Що означає біноміальний коефіцієнт $C(n, k)$ у комбінаторному сенсі?
3. Чому виконується тотожність Паскаля: $C(n+1, k) = C(n, k-1) + C(n, k)$?
4. Як знайти $|A \cup B|$, якщо відомі $|A|$, $|B|$ та $|A \cap B|$?
5. Сформулюйте принцип шухляд Діріхле. Наведіть короткий життєвий приклад.

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Розкласти за формулою Ньютона: $(x + 2)^4$.
2. Обчислити $C(6, 2) + C(6, 3) + C(6, 4)$.
3. Побудувати 5-й ряд трикутника Паскаля.
4. Скільки чисел від 1 до 100 ділиться на 2 або на 3? (принцип включень-виключень)
5. Довести за принципом Діріхле: у групі з 13 осіб принаймні двоє народилися в один місяць.

Практичне заняття № 11. Застосування бінома Ньютона, принципу включень-виключень і принципу Діріхле

Мета заняття: застосовувати біном Ньютона та трикутник Паскаля; розв'язувати задачі принципом включень-виключень і принципом Діріхле.

План заняття:

1. Біном Ньютона. Біноміальні коефіцієнти.
2. Трикутник Паскаля.
3. Принцип включень-виключень.

4. Принцип Діріхле (шухляд).

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Запишіть формулу бінома Ньютона для $(a - b)^n$.
2. Який комбінаторний зміст суми $C(n,0) + C(n,1) + \dots + C(n,n)$?
3. Сформулюйте принцип включень-виключень для двох множин.
4. Сформулюйте принцип Діріхле.

II. Загальний опис характеру практичних завдань: розклад біномів, обчислення коефіцієнтів, задачі на перетин множин, гарантовані збіги.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Розкласти $(x - 2y)^4$.

Розв'язання. $(x - 2y)^4 = x^4 - 8x^3y + 24x^2y^2 - 32xy^3 + 16y^4$.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Обчислити $C(7,3)$ та $C(7,4)$. Порівняти результати.
2. Записати розклад $(2x + 1)^5$ за допомогою трикутника Паскаля.
3. Користуючись властивістю симетрії, порівняти $C(10,3)$ і $C(10,7)$. Обчислити $C(10,3)$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. $|A| = 20$, $|B| = 15$, $|A \cap B| = 7$. Знайти $|A \cup B|$.
2. У групі 25 студентів. Доведіть, що принаймні четверо народилися в один і той самий день тижня.
3. На 4 полицях розставлено 17 книжок. Доведіть, що знайдеться полиця, на якій стоїть принаймні 5 книжок.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. У групі 30 осіб: 20 знають англійську, 15 – німецьку, 8 – обидві. Скільки знають хоча б одну мову?

2. Скільки чисел від 1 до 100 ділиться на 2 або на 3?

3. (ІТ-кейс). Оцінка колізій ідентифікаторів (задача про дні народження). У системі зареєстровано n користувачів; можливих хеш-значень – $m = 365$.

За принципом Діріхле: при якому n гарантована колізія днів народження?

Обчисліть $|A \cup B|$ для двох груп користувачів (принцип включень-виключень).

Оцініть ймовірність колізії хешу для $n = 50$, $m = 1000$ (якісно).

Запропонуйте стратегію зменшення колізій у системі автентифікації.

4. У потоці 50 студентів: 22 відвідують гурток програмування, 18 – математики, 14 – англійської; 6 – програмування і математику, 5 – програмування і англійську, 4 – математику і англійську, 2 – усі три гуртки. Скільки студентів відвідують хоча б один гурток?

*Примітка: **Колізія** – це збіг: два різні об’єкти отримують одне й те саме значення.*

У задачі про хеші колізія виникає, коли два різні користувачі мають однакове хеш-значення. У задачі про дні народження це той самий зміст: двоє людей народилися в один день. Самі користувачі різні, а призначене їм значення однакове.

***Хеш-значення** – це короткий результат, який система обчислює з даних користувача за фіксованим правилом. Однаковим вхідним даним завжди відповідає одне й те саме хеш-значення.*

У задачі про колізії таким значенням може бути, наприклад, число від 1 до 365 або від 0 до 999. Користувачів багато, а можливих хеш-значень лише т, тому різним людям інколи дістається одне й те саме число. Такий збіг і є колізією.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 12. Основні поняття теорії графів

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 12. Основні поняття теорії графів.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 12.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Охарактеризуйте простий граф. У чому його відмінність від мультиграфа та псевдографа?

2. Як обчислюють степінь вершини? Що називають ізольованою і висячою вершиною?

3. Запишіть формулу леми про рукостискання для графа з m ребрами.

4. За якою ознакою граф є двочастковим (дводольним)?

5. Опишіть граф n -вимірного куба Q_n : скільки в нього вершин і ребер?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Для графа з 6 вершинами та 7 ребрами обчислити суму степенів вершин.

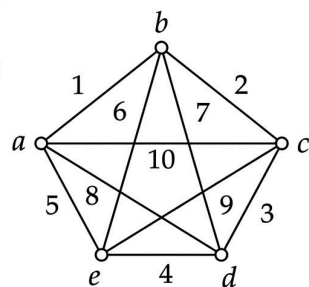
2. Побудувати граф з вершинами $\{1,2,3,4\}$ та ребрами $\{\{1,2\}, \{2,3\}, \{3,4\}, \{4,1\}, \{1,3\}\}$. Знайти степені всіх вершин.

3. Чи може простий граф мати 5 вершин, усі з непарним степенем? Обґрунтуйте.

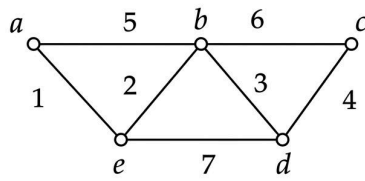
4. Побудувати повний граф K_4 (4 вершини) і визначити кількість його ребер.

5. Навести приклад графа, що моделює соціальну мережу (вершини – користувачі, ребра – дружба).

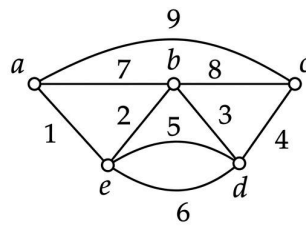
6. Визначити степені вершин графів $G_1 - G_3$



G_1

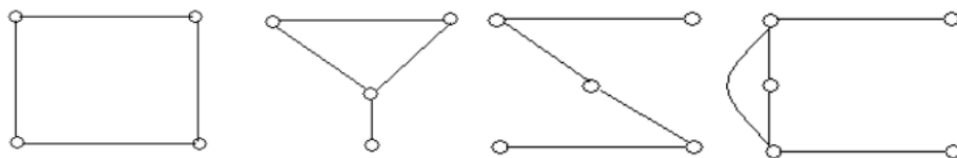


G_2

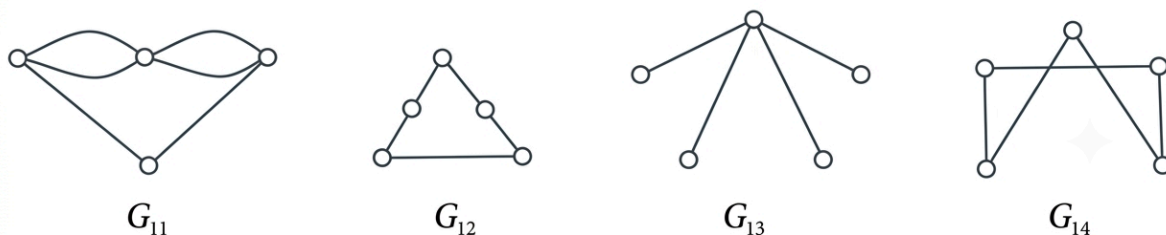
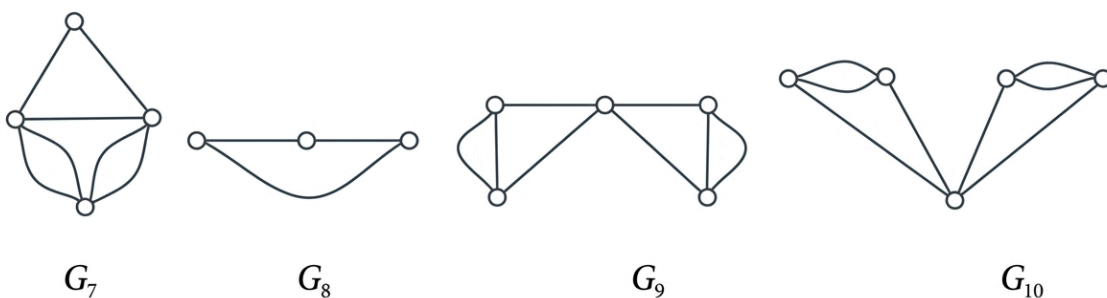
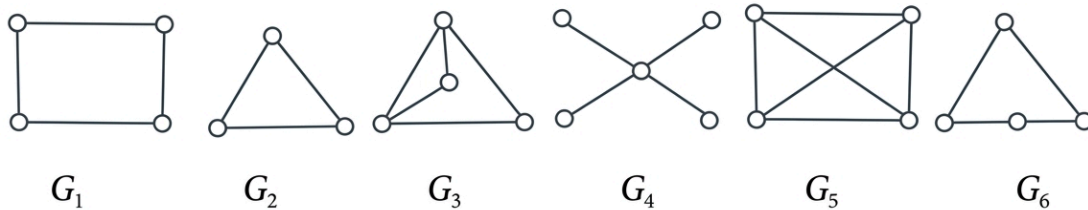


G_3

7. Визначити доповнення $\bar{G}$ графів G , зображених на рис.. Побудувати повні графи.



8. Які пари графів, представлених на рис., ізоморфні?



Практичне заняття № 12

Мета заняття: засвоїти основні поняття теорії графів; визначати степені вершин; розрізняти типи графів; застосовувати лему про рукостискання.

План заняття:

1. Основні поняття теорії графів.
2. Степінь вершини. Лема про рукостискання.
3. Спеціальні класи графів (повний, двочастковий, цикл, куб Q_n).

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке простий граф? Чим він відрізняється від мультиграфа?
2. Що таке степінь вершини? Що таке ізольована вершина?
3. Сформулюйте лему про рукостискання.
4. Наведіть приклад графа в ІТ (мережа, соціальний граф).

II. Загальний опис характеру практичних завдань: аналіз графів за заданим описом; обчислення степенів; класифікація спеціальних графів (K_n , Q_n , C_n , B_n , S_n , T_n , W_n , H_n , U_n , V_n , X_n , Y_n , Z_n , A_n , F_n , G_n , I_n , J_n , K_n , L_n , M_n , N_n , O_n , P_n , Q_n , R_n , S_n , T_n , U_n , V_n , W_n , X_n , Y_n , Z_n).

$S \square$, двочасткові). I – степені та лема про рукостискання; II – класифікація та спеціальні графи; III – наслідки леми та IT-кейс.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Граф G : $V = \{1,2,3,4\}$, $E = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{3,4\}\}$. Знайти $\deg(3)$.

Розв'язання. Вершина 3 суміжна з 1, 2, 4 $\rightarrow \deg(3) = 3$.

IV. Завдання для виконання:

Побудувати граф G (для рівнів I–II):

$V = \{a, b, c, d\}$, $E = \{\{a,b\}, \{b,c\}, \{c,d\}, \{d,a\}, \{a,c\}\}$.

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Для графа з вершинами $\{a,b,c,d\}$ і ребрами $\{ab, bc, cd, da, ac\}$ знайти степені всіх вершин.
2. Перевірити лему про рукостискання для G (порівняти $\sum \deg(v)$ і $2|E|$).
3. Укажіть, чи є в G ізольовані або висячі вершини. Обґрунтуйте.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Чи є граф G двочастковим? Обґрунтуйте.
2. Побудуйте повний граф K_5 , який має 5 вершин. Запишіть, скільки він має ребер. Запишіть формулу $|E(K_n)|$.
3. Побудуйте цикл C_4 («кілце» з 4 вершин) і порівняйте його з G : чим вони відрізняються?

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Чи може простий граф мати рівно 5 вершин непарного степеня? Обґрунтуйте наслідок леми про рукостискання.
2. Опишіть цикл C_6 : порядок, розмір, степені всіх вершин. Скільки вершин і ребер має куб Q_3 ?
3. **(IT-кейс).** Топологія локальної мережі коледжу. Комп'ютери – вершини, кабельні з'єднання – ребра.

Зразок топології (7 вершин):

$V = \{S, Sw, R, PC1, PC2, PC3, Print\}$;

$E = \{\{S, Sw\}, \{R, Sw\}, \{Sw, PC1\}, \{Sw, PC2\}, \{Sw, PC3\}, \{PC3, Print\}\}$,

де S – сервер, Sw – комутатор, R – маршрутизатор, $PC1$ – $PC3$ – робочі станції, $Print$ – принтер.

За цим описом намалюйте схему в зошиті або запропонуйте власну топологію з 6–8 вершин.

Обчисліть степені вершин; перевірте лему про рукостискання.

Визначте, чи можна розбити вершини на дві частки «сервери / робочі станції» так, щоб граф був двочастковим.

Класифікуйте побудований граф: простий / мультиграф / псевдограф; чи є він повним?

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 13. Способи визначення та типи графів

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 13. Способи визначення та типи графів.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 13.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Перелічіть основні форми представлення графа в теорії та на практиці.
2. Як виглядає матриця суміжності неорієнтованого графа без петель?

3. Порівняйте матрицю суміжності та матрицю інцидентності: що кожна з них кодифікує?

4. У яких задачах список ребер ефективніший за матрицю суміжності?

5. Які особливості має матриця суміжності орієнтованого графа?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Задати списком ребер граф $G: V = \{a, b, c, d\}$, поданий на малюнку:

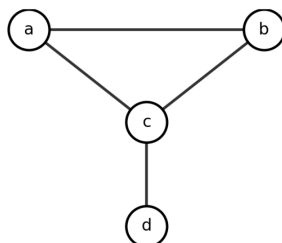


рис. Граф G

2. Побудувати матрицю суміжності для циклу $C_4: V = \{1, 2, 3, 4\}$, $E = \{\{1,2\}, \{2,3\}, \{3,4\}, \{4,1\}\}$.

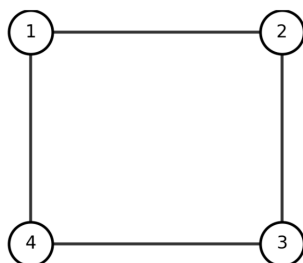


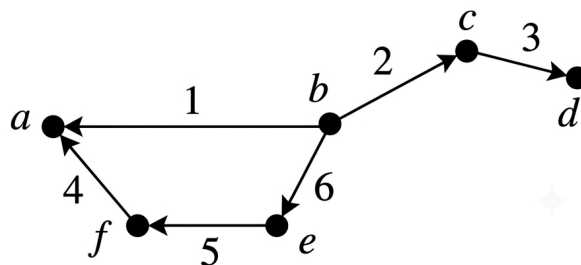
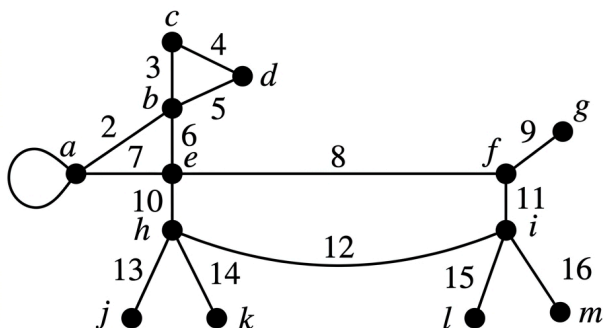
рис. Граф C_4

3. Побудувати матрицю інцидентності для дерева $T: V = \{1, 2, 3, 4\}$, $E = \{\{1,2\}, \{2,3\}, \{3,4\}\}$ (ланцюг).

4. За матрицею суміжності відновити граф: $[[0,1,1],[1,0,1],[1,1,0]]$.

5. Порівняти обсяг пам'яті для зберігання графа з n вершинами у вигляді матриці та списку ребер (розріджений граф).

6. Задати матрицями інцидентності, суміжності і списком ребер неорієнтований та орієнтований графи, зображені на рис.



Практичне заняття № 13

Мета заняття: подавати графи рисунком, матрицею суміжності, матрицею інцидентності та списком ребер; визначати ізоморфізм графів.

План заняття:

1. Подання графа рисунком.
2. Матриця суміжності та інцидентності.
3. Список ребер.
4. Ізоморфізм графів.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. У чому різниця між матрицею суміжності та інцидентності?
2. Як подати орієнтований граф матрицею?
3. Коли два графи називають ізоморфними?
4. Яке подання графа зручніше для комп'ютерної програми?

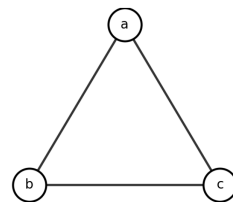
II. Загальний опис характеру практичних завдань: перехід між способами подання; аналіз степенів вершин; перевірка ізоморфізму.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Задано граф з ребрами $\{ab, bc, ca\}$. Записати матрицю суміжності (вершини a, b, c).

Розв'язання.

	a	b	c
a	0	1	1
b	1	0	1
c	1	1	0



IV. Завдання для виконання:

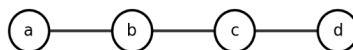
Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Побудувати матрицю інцидентності для графа G (див. рис.)
2. За матрицею суміжності побудувати граф H:

	w	x	y	z
w	0	1	0	1
x	1	0	1	0
y	0	1	0	1
z	1	0	1	0

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Записати матрицю інцидентності для графа-ланцюга з 4 вершин (див. рис.).



2. Зобразити орієнтований граф за матрицею суміжності:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Чи ізоморфні графи $K_{3,3}$ а цикл C_6 (див. рис.)? Обґрунтуйте.

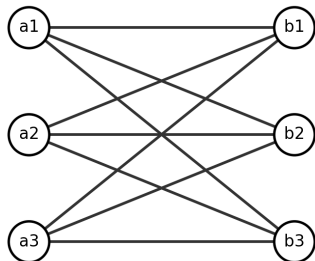


рис. Повний двочастковий граф $K_{3,3}$

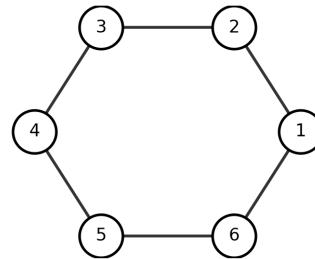


рис. Цикл C_6

2. Задати орієнтований граф з 3 вершинами і 4 дугами (див. рис.) – усіма способами подання.

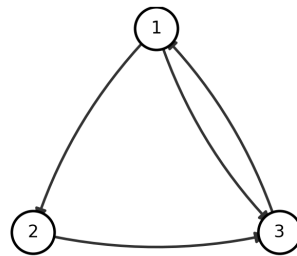


рис. Орієнтований граф

3. (ІТ-кейс). Зберігання графа соціальної мережі в пам'яті. Граф: 1000 вершин, ~3000 ребер (розріджений).

Порівняйте обсяг пам'яті: матриця 1000×1000 vs список суміжності.

Побудуйте список ребер і матрицю суміжності для підграфа з 5 вершин (див. рис.): $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{2, 4\}\}$.

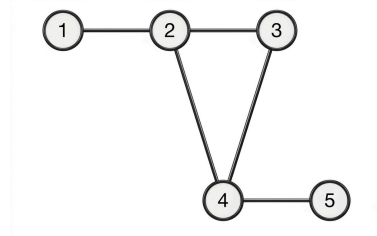


Рис. Підграф

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 14. Операції над графами. Зв'язність графа. Маршрути, шляхи, ланцюги, цикли**Завдання для самостійної роботи**

Мета: підготовка до практичного заняття № 14. Операції над графами. Зв'язність графа. Маршрути, шляхи, ланцюги, цикли.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 14.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

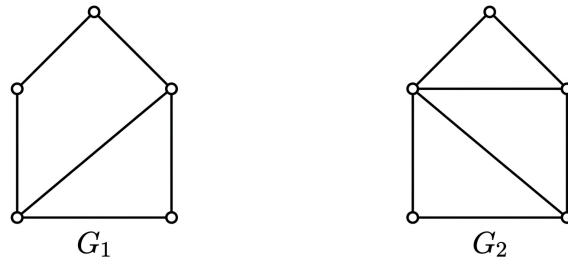
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

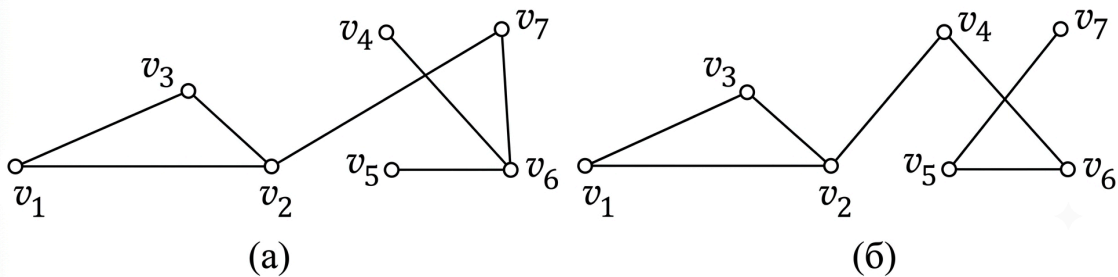
1. Як визначають об'єднання, перетин і доповнення графа?
2. Що означає, що неорієнтований граф є зв'язним?
3. Порівняйте поняття маршруту, ланцюга та простого ланцюга в графі.
4. Чим цикл відрізняється від простого циклу?
5. Що таке компонента зв'язності графа?

Практичні завдання для самостійного виконання:

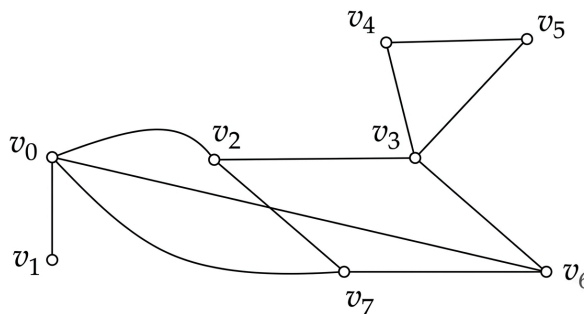
1. Для графів G_1 та G_2 (див. рис.) знайти об'єднання, перетин, доповнення і різницю:



2. Визначити кількість компонент зв'язності у графах G , знайти на графах G , зображених на рис., всі точки зчленування і мости:



3. Для неорієнтованого графа, зображеного на рис., навести приклади: маршруту; ланцюга; простого ланцюга; циклічного маршруту; циклу; простого циклу.



4. Чи є граф з 4 вершинами та 4 ребрами деревом? Обґрунтуйте.

5. Побудувати доповнення графа K_3 до повного графа на 3 вершинах.

Практичне заняття № 14

Мета заняття: виконувати операції над графами; визначати зв'язність; розрізняти маршрут, ланцюг, цикл, шлях.

План заняття:

1. Операції над графами (об'єднання, перетин, доповнення, різниця).
2. Зв'язність графа.
3. Маршрути, ланцюги, цикли.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Як визначаються об'єднання та перетин графів?
2. Що таке зв'язний граф?
3. У чому різниця між маршрутом і ланцюгом?
4. Що таке точка з'єднання і міст?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: операції над графами; аналіз зв'язності; знаходження маршрутів, ланцюгів і циклів.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. У графі-ланцюзі $a-b-c-d$ навести простий ланцюг від a до d .

Розв'язання. $a-b-c-d$ (усі вершини різні, ребра не повторюються).

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

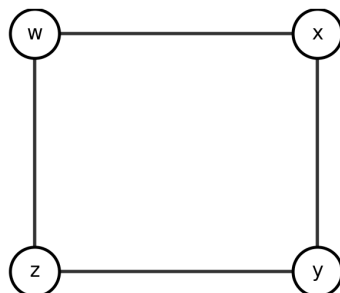
1. Побудувати графи G_1 : ребра $\{ab, bc\}$ та G_2 : $\{bc, cd\}$.

Знайти $G_1 \cup G_2$ та $G_1 \cap G_2$.

2. Для графа G_3 з ребрами $\{ab, bc, de\}$ визначити, чи він зв'язний; якщо ні – скільки компонент зв'язності?

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Для графа-квадрата навести: маршрут, простий ланцюг, простий цикл.



2. Скільки компонент зв'язності в графі з ребрами $\{ab, cd, ef\}$?

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Знайти всі мости в графі-ланцюзі з 5 вершин.

2. Для орієнтованого графа з дугами $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,1)$, $(2,4)$ навести шлях і контур.

3. **(IT-кейс).** Об'єднання підмереж та зв'язність. Дві підмережі G_1 (офіс) та G_2 (лабораторія) з спільним маршрутизатором.

Знайдіть $G_1 \cup G_2$ – топологію об'єднаної мережі.

Визначте, чи є об'єднаний граф зв'язним.

Знайдіть мости (критичні з'єднання) в топології.

Опишіть наслідки відключення моста для доставки пакетів між підмережами.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 15. Алгоритми з графами**Завдання для самостійної роботи**

Мета: підготовка до практичного заняття № 15. Алгоритми з графами.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 15.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Які необхідні та достатні умови ейлеровості неорієнтованого графа?
2. Порівняйте ейлерів цикл і гамільтонів цикл за означенням.
3. Перелічіть властивості, які одночасно має дерево з n вершинами.
4. Опишіть основні кроки алгоритму DFS обходу графа.
5. У чому полягає ідея алгоритму BFS? Як він працює?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Визначити, чи є граф ейлеровим (надати граф із 6 вершинами в зошиті).

2. Побудувати остовне дерево для зв'язного графа з 7 вершинами методом DFS.

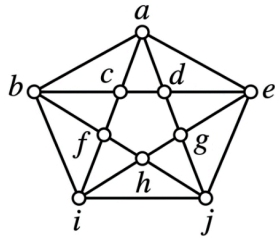
3. Знайти гамільтонів цикл у графі-колі C_5 (якщо існує).

4. Обчислити кількість ребер у дереві з 10 вершинами.

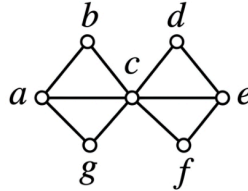
5. Описати псевдокод алгоритму BFS для обходу графа.

6. Серед наведених нижче графів знайти ті, які мають ейлерів цикл.

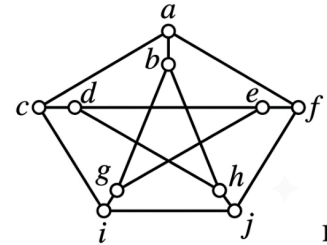
Обґрунтувати відповідь.



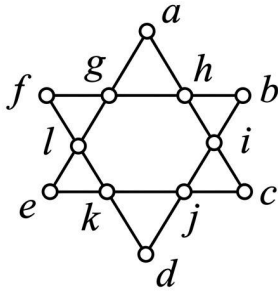
а)



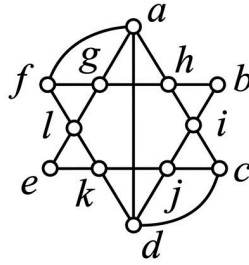
б)



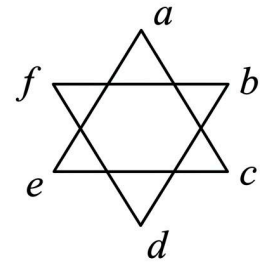
в)



г)



д)

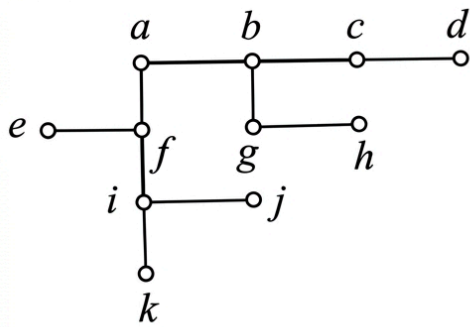


е)

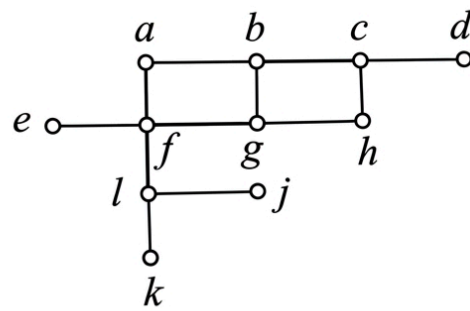
7. Побудувати граф, що містять ейлерів цикл. Обґрунтувати розв'язання.

8. Побудувати граф, що містять власний ейлерів шлях. Обґрунтувати розв'язання.

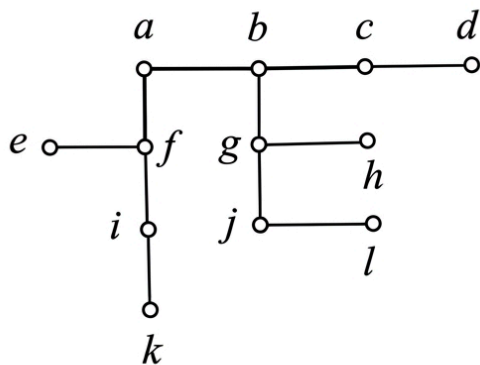
9. Які з наведених на рис. а) - і) графів є деревами:



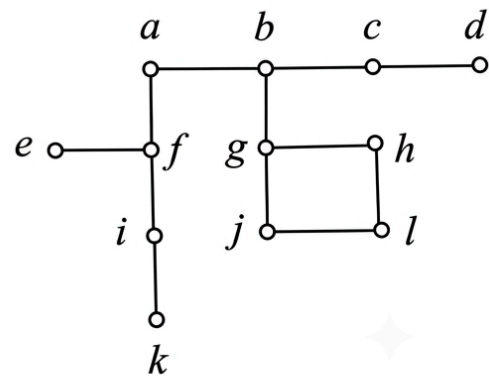
(a)



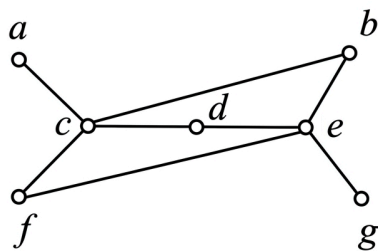
(б)



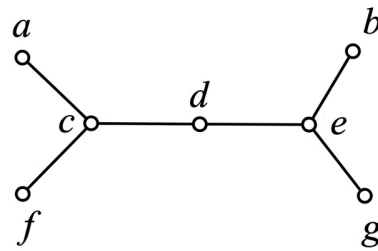
(в)



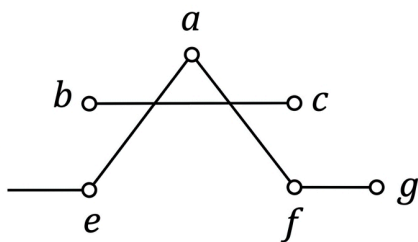
(г)



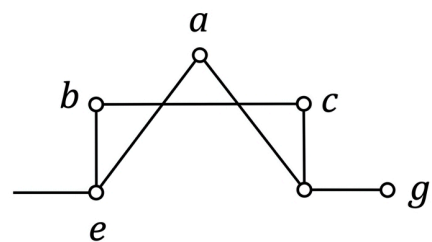
(д)



(е)



(и)



(і)

10. Для графів (д) та (і) побудувати остовне дерево з коренем у вершині d (використовуючи метод пошуку вглиб чи вшир).

Практичне заняття № 15

Мета заняття: визначати ейлерові та гамільтонові шляхи/цикли; працювати з деревами; застосовувати DFS, BFS та алгоритм Дейкстри.

План заняття:

1. Ейлерів цикл і ейлерів граф.
2. Шляхи і цикли Гамільтона.
3. Дерева і ліс.
4. Пошук вглиб, вшир. Алгоритм Дейкстри.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. За якими критеріями граф є ейлеровим?
2. У чому відмінність ейлерового циклу від гамільтонового?
3. Які ознаки дерева?
4. Як працює алгоритм Дейкстри?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: перевірка на ейлеровість; побудова дерев; знаходження найкоротшого шляху.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Чи має ейлерів цикл граф K_3 (трикутник)?

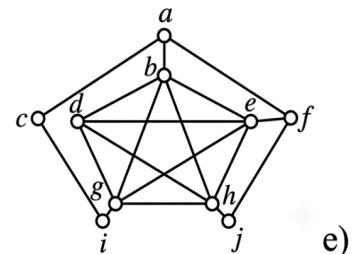
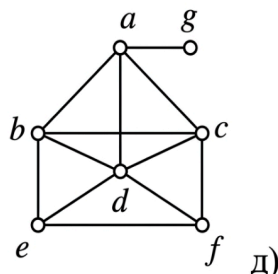
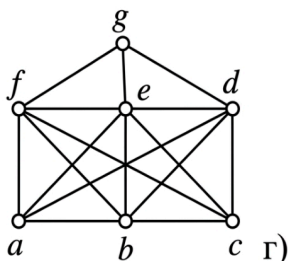
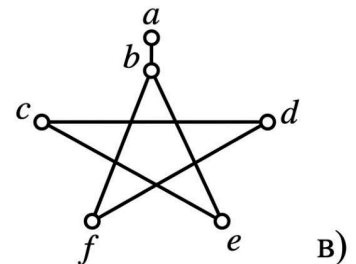
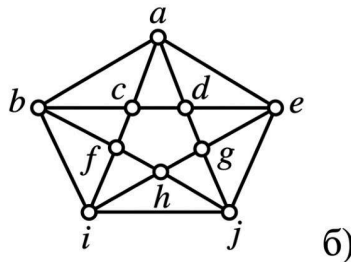
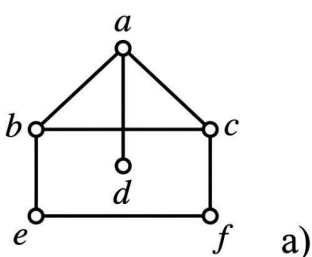
Розв'язання. Усі степені = 2 (парні) $\rightarrow$ так, ейлерів цикл існує.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Серед графів: квадрат, K_3 , ланцюг з 4 вершин – які мають ейлерів цикл?
2. Побудувати дерево з 5 вершин. Визначити кількість ребер.
3. Серед наведених нижче графів знайти ті, які мають ейлерів шлях.

Обґрунтувати відповідь

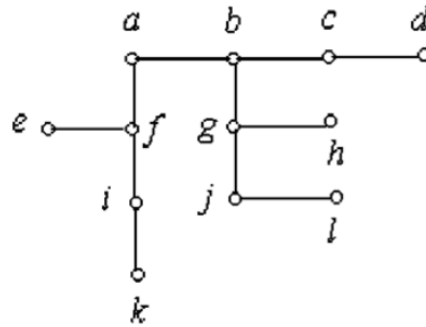


Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Для дерева використати як корінь вершину d і нарисувати кореневе дерево. Для цього дерева

- а) знайдіть нащадків вершини c ; б) знайдіть предків вершини e ;

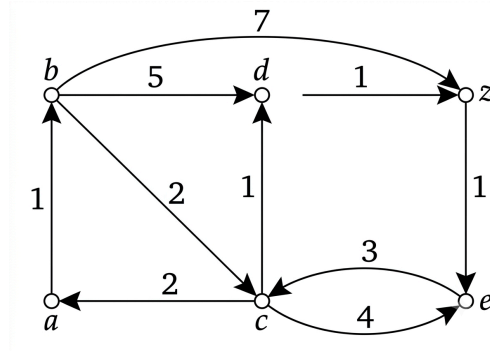
- в) знайдіть висоту дерева; г) знайдіть рівень вершини g ;
 д) знайдіть листки дерева.



2. Знайти DFS від вершини a у графі {ab, ac, bd, ce}. Записати порядок обходу.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. За алгоритмом Дейкстри знайти найкоротший шлях від a до e.



2. Побудувати граф з ейлеровим шляхом, але без ейлерового циклу.

3. (ІТ-кейс). Маршрутизація в комп'ютерній мережі. Граф мережі з вагами ребер (затримка, мс).

Визначте, чи має граф ейлерів цикл (обхід усіх каналів без повтору).

Виконайте обхід DFS від вузла-сервера; запишіть порядок відвідування.

Виконайте BFS – знайдіть мінімальну кількість переходів до клієнтського ПК.

Опишіть псевдокод BFS для пошуку найкоротшого шляху в незваженому графі.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення

II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність IT-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (IT-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 16. Формальні мови

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 16. Формальні мови.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 16.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Як утворюють формальний алфавіт Σ та мову L над ним?
2. Розмежуйте синтаксичну коректність і семантичний зміст виразу формальної мови.
3. Які елементарні операції дозволені при побудові регулярних виразів?
4. Як за регулярним виразом будують граф переходів?
5. Навіщо вводять ϵ -переходи у графі автомата, що відповідає регулярному виразу?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Визначити алфавіт мови всіх двійкових рядків довжини 3.
2. Записати регулярний вираз для мови: «рядки з $\{0,1\}$, що закінчуються на 1».
3. Чи належить слово 0110 мові, заданій виразом $(0+1)01$? Перевірити.
4. Побудувати граф регулярного виразу ab .
5. Записати регулярний вираз для мови: «парна кількість нулів у двійковому рядку» (спробувати).
6. Знайти слово найменшої довжини в кожній з наступних регулярних мов, заданій регулярним виразом: $10 + (0 + 11)0^*1$.
7. Побудувати помічений граф для наступних регулярних виразів: $(00 + 10)(101)^* + 01$.
8. Побудувати регулярні вирази для мови всіх слів в алфавіті $\{0, 1\}$, які містять підслово 000 або 111.

Практичне заняття № 16

Мета заняття: визначати формальні алфавіти та мови; працювати з операціями над словами; будувати регулярні вирази та графи регулярних виразів.

План заняття:

1. Формальні мови, основні поняття.
2. Регулярні вирази.
3. Граф регулярного виразу.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке формальний алфавіт і формальна мова?
2. У чому різниця між синтаксисом і семантикою?
3. Які операції над регулярними виразами ви знаєте?
4. Де в програмуванні використовуються регулярні вирази?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: робота зі словами (префікси, суфікси); перевірка належності мові; побудова регулярних виразів.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Алфавіт $\{0, 1\}$. Чи належить слово 1011 мові 101?

Розв'язання. 1011 не відповідає шаблону (нулі, потім одиниці, закінчення на 1) $\rightarrow$ не належить.

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Визначити довжину слова «математика» в українському алфавіті.
2. Виписати всі (власні) префікси, суфікси і підслова слова abca.
3. Знайдіть всі слова ω в алфавіті $\{0, 1\}$, які задовольняють рівність $\omega 011 = 011\omega$.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. $A = \{\text{пра, е}\}$, $B = \{\text{дід, баба}\}$. Знайти AB (конкатенація).
2. Чи належить 1011 мовам: а) 101; б) $1(01)1$?
3. Побудувати регулярний вираз для мови: слова в $\{0,1\}$, що закінчуються на 1.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Побудувати помічений граф для виразу $01 + 11$.
2. Побудувати регулярний вираз для мови слів у $\{0,1\}$, що містять підслово 000 або 111.
3. **(IT-кейс).** Валідація вхідних даних регулярними виразами.
Складіть regex для email: локальна_частина@домен (спрощена модель).
Складіть regex для українського мобільного: +380XXXXXXXXXX.
Побудуйте граф регулярного виразу для $(0|1)01$ (двійкові рядки, що закінчуються на 01).

Порядок виконання роботи: лекція $\rightarrow$ актуалізація $\rightarrow$ приклад $\rightarrow$ рівень I $\rightarrow$ рівень II $\rightarrow$ рівень III $\rightarrow$ звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 17. Формальні граматики**Завдання для самостійної роботи**

Мета: підготовка до практичного заняття № 17. Формальні граматики.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 17.
2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Яка структура має формальна граMATика $G = (N, T, P, S)$?
2. Чим відрізняються термінальні символи від нетермінальних?
3. Як визначають мову $L(G)$, що породжується заданою граMATикою?
4. Перелічіть типи граMATик за Хомським (від 0 до 3) та їхні характерні обмеження.
5. Поясніть відмінність між одним кроком виведення і транзитивним замиканням.

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Задати граMATику для мови $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ (тип 2).

2. Виконати виведення слова $abab$ для граматики $S \rightarrow aSb \mid ab$.
3. Визначити тип граматики з правилами: $S \rightarrow aS \mid b$.
4. Побудувати дерево виведення для слова $aaabbb$ за правилами $S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$.
5. Навести приклад мови, що не є регулярною, але є контекстно-вільною.
6. Нехай $N = \{S, A, B\}$, $T = \{a, b\}$. Визначити мову, породжену граматикою $G = (N, T, S, P)$ з вказаною множиною продукцій P :
 - а) $P = \{S \rightarrow AB \mid aA, A \rightarrow a, B \rightarrow ba\}$;
 - б) $P = \{S \rightarrow AB \mid AA, A \rightarrow aB \mid ab, B \rightarrow b\}$;
 - в) $P = \{S \rightarrow AA \mid B, A \rightarrow aaA \mid aa, B \rightarrow bB \mid b\}$;
7. Нехай задана граматика $G = (N, T, S, P)$, де $N = \{S, A\}$, $T = \{0, 1\}$, множина продукцій $P = \{S \rightarrow 0S \mid 1A \mid 1 \mid \varepsilon, A \rightarrow 1A \mid 1\}$. Побудувати вивід для слова 0316 .
8. Побудувати граматики, які породжують вказані мови:
 - а) $\{012n \mid n = 0, 1, \dots\}$;
 - б) $\{03n1n \mid n = 0, 1, \dots\}$.
9. Яку формальну мову породжує граматика з продукціями $S \rightarrow aSb \mid aba$, $aB \rightarrow Ba$, $bB \rightarrow bb$?
10. Нехай G – граматика з $N = \{S\}$, $T = \{a, b, c\}$, початковий символ S і множина продукцій $P = \{S \rightarrow abS \mid bcS \mid bbS \mid a \mid cb\}$.
Побудувати дерево виведення для слів: а) $bbbcbbba$ б) $bcabbbbbbcb$.

Практичне заняття № 17

Мета заняття: визначати мову, породжену граматикою; будувати виведення; розрізняти типи граматик.

План заняття:

1. Формальна граматика. Алфавіт граматики і алфавіт мови.
2. Мова, породжена граматикою.
3. Неоднозначні та еквівалентні граматики.
4. Типи формальних мов і граматик.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Що таке формальна граматика як четвірка (N, T, P, S) ?
2. У чому різниця між терміналами та нетерміналами?
3. Що таке виведення слова?
4. Які типи граматик за Хомським ви знаєте?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: визначення мови за продукціями; побудова виведень; конструювання граматик.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. $G: S \rightarrow aSb \mid \varepsilon$. Які слова породжує G ?

Розв'язання. Мова $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$: ϵ , ab , $aabb$, ...

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. $N = \{S, A\}$, $T = \{a, b\}$, $P = \{S \rightarrow aA, A \rightarrow a \mid ab\}$. Визначити мову.
2. $G: S \rightarrow 0S \mid 1A \mid \epsilon$, $A \rightarrow 1A \mid 1$. Побудувати виведення для 011.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Побудувати граматику для мови $\{0^{2n} \mid n \geq 0\}$.
2. Для G з продукціями $S \rightarrow abS \mid ab$ побудувати дерево виведення для $abab$.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Побудувати граматику для $\{0^{3n} 1^n \mid n \geq 0\}$.
2. Чи є граматика $S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \epsilon$ неоднозначною? Наведіть приклад.
3. (ІТ-кейс). Граматика простої мови конфігураційних файлів. Формат: ``KEY = VALUE``, `VALUE` – число або рядок у лапках.

Задайте формальну граматику (тип 2) для мови конфігурацій.

Виконайте виведення для ``PORT = "8080"``.

Побудуйте дерево виведення.

Порівняйте граматичний парсер із регулярним виразом для цього формату.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень

I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

Рівень	Бал	Критерії
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Тема 18. Автомати та способи їх задання

Завдання для самостійної роботи

Мета: підготовка до практичного заняття № 18. Автомати та способи їх задання.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 18.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Теоретичні питання для самоперевірки:

1. Яким п'ятикомпонентним кортежем задають детермінований скінченний автомат?

2. Порівняйте, де виводяться вихідні сигнали в автоматах Мілі та Мура.

3. Перелічіть способи подання скінченного автомата (таблиця, граф, матриця).

4. Що означає, що стан q досяжний із стану p у графі автомата?

5. Яку роль відіграють приймальні (фінальні) стани автомата?

Практичні завдання для самостійного виконання:

1. Побудувати граф автомата з $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $X = \{a, b\}$, δ : $q_0 \rightarrow q_1$ по a , $q_1 \rightarrow q_2$ по b , $q_2 \rightarrow q_2$ по a та b ; початковий q_0 .

2. Задати таблицею переходів скінченний автомат $A = (Q, X, \delta, q_0, F)$, де:

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$;

$X = \{0, 1\}$;

початковий стан q_0 ;

приймальні стани $F = \{q_2\}$;

функція переходів δ :

$\delta(q_0, 0) = q_1$, $\delta(q_0, 1) = q_0$;

$\delta(q_1, 0) = q_1$, $\delta(q_1, 1) = q_2$;

$\delta(q_2, 0) = q_2$, $\delta(q_2, 1) = q_2$.

Скласти таблицю переходів:

δ	0	1
q_0		
q_1		
q_2		

Примітка. Автомат А переходить у приймальний стан q_2 після появи підрядка 01 у вхідному слові.

3. Визначити, які стани досяжні з q_0 у побудованому автоматі.
4. Побудувати автомат, що розпізнає слова в $\{0,1\}$, які закінчуються на 1.
5. Для автомата Мура визначити вихід у кожному стані для розпізнавання парної кількості нулів.

Практичне заняття № 18

Мета заняття: визначати скінченні автомати; розрізняти автомати Мура та Мілі; задавати автомати таблицями, графами та матрицями.

План заняття:

1. Скінченний автомат. Основні поняття.
2. Автомати Мура та Мілі.
3. Способи задання автоматів.
4. Досяжність станів.

Хід виконання роботи:

I. Питання до обговорення / актуалізації теоретичних положень:

1. Дайте означення скінченного автомата.
2. У чому різниця між автоматом Мура та Мілі?
3. Які способи задання автоматів ви знаєте?
4. Коли стан q досяжний із стану p ?

II. Загальний опис характеру практичних завдань: побудова графів автоматів; аналіз переходів; визначення вихідного слова.

III. Приклад розв'язування:

Завдання. Автомат з $Q = \{q_0, q_1\}$, $X = \{0,1\}$, $\delta(q_0,0) = q_0$, $\delta(q_0,1) = q_1$, $\delta(q_1,1) = q_1$, початковий q_0 . Куди переходить автомат при вході 011?

Розв'язання. $q_0 \rightarrow (0) \rightarrow q_0 \rightarrow (1) \rightarrow q_1 \rightarrow (1) \rightarrow q_1$. Кінцевий стан q_1 .

IV. Завдання для виконання:

Рівень I (базовий, репродуктивний, обов'язковий):

1. Побудувати граф автомата з $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$, $X = \{a, b\}$, δ : $q_0 \rightarrow q_1$ по a , $q_1 \rightarrow q_2$ по b , $q_2 \rightarrow q_2$ по a та b ; початковий q_0 .

2. Задати таблицею переходів скінченний автомат $A = (Q, X, \delta, q_0, F)$, де:

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}$;

$X = \{0, 1\}$;

початковий стан q_0 ;

приймальні стани $F = \{q_2\}$;

функція переходів δ :

$\delta(q_0, 0) = q_1$, $\delta(q_0, 1) = q_0$;

$\delta(q_1, 0) = q_1$, $\delta(q_1, 1) = q_2$;

$$\delta(q_2, 0) = q_2, \delta(q_2, 1) = q_2.$$

Скласти таблицю переходів:

δ	0	1
q_0		
q_1		
q_2		

Примітка. Автомат А переходить у приймальний стан q_2 після появи підрядка 01 у вхідному слові.

Рівень II (аналітичний, обов'язковий):

1. Визначити, які стани досяжні з q_0 в автоматі А (див. рівень I, п. 2).
2. Побудувати автомат, що розпізнає слова в $\{0,1\}^*$, що закінчуються на 1.

Рівень III (творчий, продуктивний):

1. Для автомата Мілі $A = (Q, X, Y, \delta, f, q_0)$ визначити вихідне слово для входу 012, якщо:

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\};$$

$$X = \{0, 1, 2\};$$

$$Y = \{a, b, c\};$$

q_0 – початковий стан;

таблиця переходів δ :

δ	0	1	2
q_0	q_1	q_2	q_0
q_1	q_1	q_0	q_2
q_2	q_0	q_1	q_1

таблиця виходів f :

f	0	1	2
q_0	a	b	c
q_1	b	c	a
q_2	c	a	b

Записати послідовність станів і вихідне слово.

2. Порівняти автомат Мілі та Мура для розпізнавання парних кількостей нулів.

3. **(IT-кейс).** Скінченний автомат перевірки формату пароля. Вимоги: рядок з $\{a-z, A-Z, 0-9\}$, мінімум 8 символів, закінчується цифрою.

Побудуйте граф переходів скінченного автомата (спрощена модель).

Задайте таблицю переходів $\delta(q, \text{символ})$.

Перевірте рядки: `Abcdefl`, `short1`, `ValidPass9`.

Порівняйте автомат Мілі та Мура для цієї задачі; обґрунтуйте вибір типу.

Порядок виконання роботи: лекція → актуалізація → приклад → рівень I → рівень II → рівень III → звіт.

Критерії оцінювання:

<i>Рівень</i>	<i>Бал</i>	<i>Критерії</i>
I (базовий, репродуктивний)	1	Актуалізація теорії; правильність базових завдань; відсутність логічних помилок; коректне оформлення
II (аналітичний)	1	Застосування теорії в змінених умовах; обґрунтованість висновків; логічність міркувань
III (творчий, продуктивний)	1	Коректність ІТ-моделі; ефективність алгоритму; самостійність; критичний аналіз (ІТ-кейс)
Разом	3	див. єдині критерії оцінювання

Підготовка до модульного контролю (Змістовий модуль II)**Завдання для самостійної роботи**

Мета: узагальнення матеріалу змістового модуля II та підготовка до модульного (підсумкового) контролю.

Література:

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : КЗВО «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с. Тема 1-9.

2. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.

3. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія 2006, 2022. 432 с.

Рекомендований розподіл часу:

Етап	Час	Зміст
Повторення теорії	2 год	Відповіді на теоретичні питання (усно або письмово)
Розв'язування задач	2,5 год	Типові практичні завдання
Самоперевірка	0,5 год	Аналіз помилок, повторення складних місць

I. Теоретичні питання (загальний перелік)

Тема 10. Комбінаторні правила підрахунку

1. Правило суми та правило добутку. Приклади застосування.
2. Перестановки, розміщення, комбінації (з повтореннями і без).
3. Факторіал. Чому $0! = 1$?
4. Алгоритм вибору комбінаторної схеми для прикладної задачі.

Тема 11. Спеціальні методи комбінаторики

5. Формула бінома Ньютона. Біноміальні коефіцієнти.
6. Трикутник Паскаля та його властивості.
7. Принцип включень-виключень (для 2 і 3 множин).
8. Принцип Діріхле (шухляд). Приклади.

Тема 12. Основні поняття теорії графів

9. Простий граф, мультиграф, псевдограф. Степінь вершини.
10. Лема про рукостискання. Ізольована та висяча вершина.
11. Дводольний граф. Повний граф K_n . n -вимірний куб Q_n .

Тема 13. Способи подання графів

12. Подання графа рисунком, списком ребер, матрицею суміжності та інцидентності.
13. Відмінності між матрицею суміжності та інцидентності.
14. Ізоморфізм графів.

Тема 14. Операції над графами. Зв'язність

15. Об'єднання, перетин, доповнення, різниця графів.
16. Зв'язність графа. Компонента зв'язності.
17. Маршрут, ланцюг, простий ланцюг, цикл, простий цикл, шлях.

Тема 15. Алгоритми з графами

18. Ейлерів граф та ейлерів цикл. Критерії існування.
19. Гамільтонів шлях і цикл. Дерево та ліс.
20. Алгоритми DFS та BFS. Остовне дерево.

Тема 16. Формальні мови

21. Формальний алфавіт і формальна мова. Синтаксис і семантика.
22. Регулярний вираз. Операції: +, конкатенація, ітерація Кліні.
23. Граф регулярного виразу. ϵ -переходи.

Тема 17. Формальні граматики

24. Формальна граматика як четвірка (V, T, P, S) .
25. Термінальний і нетермінальний алфавіти. Виведення.
26. Ієрархія Хомського (типи 0–3).

Тема 18. Автомати

27. Скінченний автомат: означення, стани, алфавіт, функція переходів.
28. Автомат Мілі та Мура. Відмінності.

29. Способи задання автоматів (граф, таблиця переходів). Досяжність станів.

II. Типові завдання для розв'язування

1. Скількома способами обрати 3 книги з 10 (порядок неважливий)?
2. Скільки 4-значних PIN-кодів з цифр 0–9 (повторення дозволені)?
3. Обчислити $C(8,3)$ та $A(8,3)$.
4. Розкласти $(x - 2)^4$ за формулою Ньютона.
5. $|A| = 25$, $|B| = 18$, $|A \cap B| = 7$. Знайти $|A \cup B|$.
6. Довести принципом Діріхле: у групі з 13 осіб двоє народилися в одному місяці.
7. Граф з 7 вершинами. Знайти суму степенів вершин (лема про рукостискання).
8. Скільки ребер у K_5 ? Чи є K_5 дводольним?
9. Побудувати матрицю суміжності для циклу C_4 .
10. За списком ребер $\{ab, bc, cd, da\}$ побудувати граф і знайти степені вершин.
11. $G_1: \{ab, bc\}$, $G_2: \{bc, cd\}$. Знайти $G_1 \cup G_2$ та $G_1 \cap G_2$.
12. Навести простий ланцюг і простий цикл у графі-квадраті.
13. Визначити, чи є граф ейлеровим (надати приклад графа).
14. Побудувати остовне дерево обходом DFS для графа з 6 вершинами.
15. Записати регулярний вираз для мови двійкових рядків, що закінчуються на 1.
16. Побудувати граф регулярного виразу $(0+1)^*01$.
17. Задати граматiku для мови $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$.
18. Виконати виведення слова ab для $S \rightarrow aSb \mid ab$.
19. Побудувати автомат, що розпізнає слова в $\{0,1\}^*$, які закінчуються на 1.
20. Для автомата з 3 станами визначити досяжні стани з q_0 .
21. (ІТ-кейс). Оцінити кількість можливих паролів довжини 6 з цифр 0–9.
22. (ІТ-кейс). Описати топологію мережі з 5 вузлів; знайти мости.
23. (ІТ-кейс). Скласти regex для перевірки email (спрощена модель).
24. (ІТ-кейс). Побудувати автомат перевірки пароля (мін. 8 символів, закінчується цифрою).

Підготовка до підсумкового екзамену

Завдання для самостійної роботи

Мета: комплексне узагальнення матеріалу всього освітнього компонента «Дискретна математика» (змістові модулі I та II) та системна підготовка до підсумкового (семестрового) екзамену згідно з робочою програмою дисципліни.

Рекомендований розподіл часу (20 годин):

Етап	Час	Зміст
Повторення теорії модуля I	5 год	Теоретичні питання (теми 1–9); конспект лекцій [1]; усні або письмові відповіді
Повторення теорії модуля II	5 год	Теоретичні питання (теми 10–18); конспект лекцій [1]; усні або письмові відповіді
Розв'язування типових завдань	6 год	Завдання з блоків підготовки до екзамену (модулі I та II); завдання рівнів I–II з практичних занять
Інтегровані та ІТ-завдання	2 год	Комплексні задачі, що поєднують теми різних модулів (див. п. III нижче)
Пробна екзаменаційна робота	1,5 год	Імітація екзамену: теорія + практика
Самоперевірка та консультація	0,5 год	Аналіз помилок, повторення складних тем, звернення до викладача

Рекомендовані джерела: курс лекцій [1]; цей посібник (практичні заняття, блоки підготовки до екзамену за модулями); підручники та практикуми [6–8].

I. Зміст повторення теоретичного матеріалу

Студент повторює усі теоретичні питання з двох блоків підготовки до екзамену:

Модуль I (теми 1–9): множини, операції та алгебра множин, відношення та функції, логіка висловлювань, числення предикатів.

Модуль II (теми 10–18): комбінаторика, теорія графів, формальні мови, граматики, скінченні автомати.

Орієнтовні контрольні питання інтегрованого характеру:

1. Порівняйте операції над множинами та логічні операції над висловлюваннями (закони де Моргана).

2. У чому подібність і відмінність між бінарним відношенням, функцією та графом?

3. Як формалізувати умову фільтрації даних за допомогою логіки висловлювань і предикатів?

4. Де в ІТ застосовуються комбінаторні формули (паролі, маршрути, коди)?

5. Як моделюється мережа комп'ютерами за допомогою графа? Що таке зв'язність і міст?

6. Порівняйте регулярний вираз, граматику та скінченний автомат як способи опису мови.

II. Зміст практичної підготовки

Обов'язковий мінімум – розв'язати (усно або письмово) не менше 30 завдань з обох модулів, зокрема:

15 завдань з розділу «Типові завдання» – модуль I;

15 завдань з розділу «Типові завдання» – модуль II.

Додатково (рекомендовано): по 3–5 завдань рівня III (ІТ-кейси) з кожного модуля для закріплення прикладного аспекту.

III. Інтегровані завдання для підсумкової підготовки

1. *(Множини + логіка)*. Користувачі системи поділені на множини А (адміністратори), В (редактори), С (гості). Записати булеву формулу та формулу з операціями над множинами для доступу «редактор або адміністратор, але не гість».

2. *(Відношення + графи)*. Побудувати граф соціальної мережі з 5 вершинами; задати відношення «дружить з» списком пар; визначити степені вершин і перевірити лему про рукостискання.

3. *(Комбінаторика + ІТ)*. Обчислити кількість можливих 8-символьних паролів з латиниці та цифр; оцінити, чи достатньо такого простору ключів для 10 000 користувачів.

4. *(Графи + автомати)*. Описати топологію мережі з 6 вузлів; визначити критичні з'єднання (мости); порівняти з ідеєю «досяжності станів» у автоматі.

5. *(Мови + автомати)*. Задати регулярний вираз для двійкових рядків, що містять підрядок `01`; побудувати скінченний автомат, що розпізнає цю мову; записати таблицю переходів.

IV. Рекомендації щодо організації пробної екзаменаційної роботи

1. *Теоретична частина* (орієнтовно 40–50 % часу): отримати 6–8 питань з різних тем обох модулів (викладач або самостійний відбір з переліків цього посібника); дати розгорнуті визначення, приклади, порівняння понять.

2. *Практична частина* (орієнтовно 50–60 % часу): розв'язати 4–6 задач різного типу (множини, логіка, комбінаторика, граф, автомат).

3. *Самооцінювання*: звірити відповіді з конспектом лекцій [1] та зразками розв'язань із практичних занять; скласти перелік тем, що потребують додаткового повторення.

V. Критерії готовності до екзамену

Студент вважається підготовленим, якщо може:

- дати визначення основних понять усіх 18 тем курсу;
- виконати стандартні обчислення та побудови (множини, таблиці істинності, комбінаторні формули, графи, автомати);
- обґрунтувати відповідь і пояснити застосування дискретної математики в ІТ-контексті;
- розв'язати принаймні одне інтегроване завдання, що поєднує теми різних модулів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дискретна математика : курс лекцій : навч. посіб. для студ. фах. коледжів спец. «Комп'ютерні науки» / упоряд. Т. Г. Четверикова, Н. Ю. Нарихнюк, В. О. Корнелюк. Луцьк : Комунальний заклад вищої освіти «Луцький педагогічний інститут» Волинської обласної ради, 2026. 127 с.
2. Четверикова Т. Г., Констанкевич Л. Г., Радкевич М. М. Методичні аспекти використання різнорівневих завдань у процесі викладання дискретної математики в закладах фахової передвищої освіти. «Вісник науки та освіти». Київ. 2026. №4(46). С. 4831-4845.
3. Коцовський В. М. Дискретна математика та теорія алгоритмів. Ужгород : Видавництво УжНУ «Говерла», 2015. 95 с. URL: <https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/handle/lib/16302> (дата звернення: 01.07.2026).
4. Методи прикладної математики в транспортних технологіях. Елементи теорії множин : метод. рек. для студ. спец. «Транспортні технології» / уклад. І. І. Філімоніхіна. Кропивницький : ЦНТУ, 2022. 39 с. URL: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/e7e7c935-ff0b-492d-a7cc-3cd429c8a0cc/content> (дата звернення: 01.07.2026).
5. Дискретна математика : конспект лекцій (частина 1) : навч. посіб. для студ. спец. 113 «Прикладна математика», освіт. програми «Наука про дані та математичне моделювання» / уклад. О. Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 154 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/990893b6-f853-408a-8476-d3dd7c89d2a1/content> (дата звернення: 01.07.2026).
6. Бондаренко М. Ф., Білоус Н. В., Руткас А. Г. Комп'ютерна дискретна математика : підруч. Харків : СМІТ, 2008. 464 с.
7. Висоцька В. А., Литвин В. В., Лозинська О. В. Дискретна математика : практикум (Збірник задач з дискретної математики) : навч. посіб. Львів : Новий Світ-2000, 2022. 575 с.
8. Нікольський Ю. В., Пасічник В. В., Щербина Ю. М. Дискретна математика : підручник. 6-те вид., випр. та допов. Львів : Магнолія, 2022. 432 с.

Посібник підготовлено як доповнення до навчального посібника «Дискретна математика: курс лекцій» (2026) [1]. Система оцінювання та трирівнева диференціація завдань узгоджені з методикою Четверикової Т. Г., Констанкевич Л. Г., Радкевич М. М. (2026) [2].